

Artículo de reflexión**Cálculo de tensiones máximas transmitidas al suelo por zapatas aisladas rectangulares bajo carga biaxial (método Eli Czerniak)****Maximum tensions calculation transmitted to the soil by isolated rectangular footing under biaxial load (Eli Czerniak method)**

Limbert Coro Huayta 1. Marcelo Borda Reyes 2.

1. Ingeniero Civil, Docente UNIVALLE - Sucre. Email: limcoh77@gmail.com
2. Ingeniero Civil, Docente UNIVALLE - Sucre. Email: marcelobordareyes@hotmail.com

RESUMEN

Todas las fundaciones de los edificios en zonas de peligro sísmico deben analizarse de acuerdo con la carga vertical resultante excéntrica. El propósito de este trabajo es desarrollar una aplicación computacional para calcular la distribución biaxial de presiones o tensiones en la base de zapatas rectangulares rígidas por el método de Czerniak (1963).

Según el lugar donde se aplica la carga vertical resultante en zapatas, esta puede localizarse por una parte dentro del núcleo central y, por otra, fuera del mismo con cuatro posibles ubicaciones referidas a los cuadrantes respecto del centroide, formado así cinco zonas de análisis. Para establecer las presiones sobre la superficie de contacto debe definirse la ubicación del eje neutro del sistema. Dado que la posición del eje neutral no se conoce inicialmente se propone una aplicación computacional que realice un proceso de aproximaciones sucesivas hasta que la convergencia de resultados establezca el porcentaje de área en contacto con la superficie de suelo. La ejecución del procedimiento de cálculo se muestra a través de ejemplos.

Palabra Clave: Flexión biaxial. Zapatas rectangulares. Tensiones de compresión. Aproximaciones sucesivas. Núcleo central. Java.

ABSTRACT

Ali foundations of buildings in seismic hazard zones should be analyzed in accordance with the resultant eccentric vertical load. The purpose of this work is to develop a computational application to calculate the biaxial distribution of pressures or tensions in the base of rigid rectangular footing by the Czerniak method (1963).

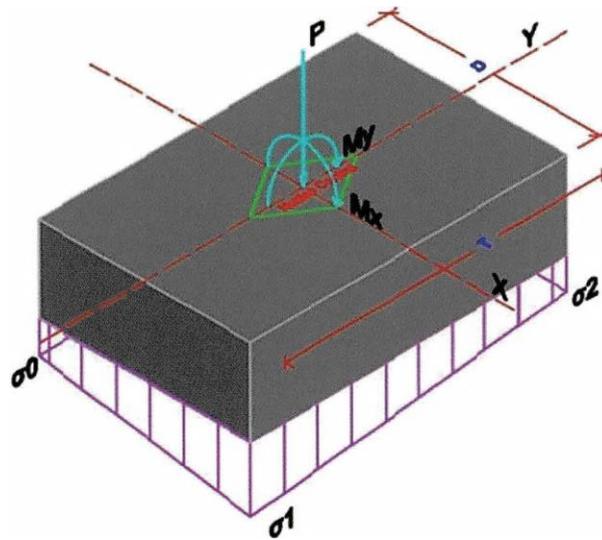
Depending on the place where the vertical load resulting in footing is applied, this can be located on the one hand inside the central core and, on the other, outside it with four possible locations referring to the quadrants with respect to the centroid, thus forming five analysis zones. To establish the pressures on the contact surface, the location of the neutral axis of the system must be defined. Since the position of the neutral axis is not known initially, a computational application is proposed that performs a process of successive approximations until the convergence of results establishes the percentage of area in contact with the soil surface. The execution of the calculation procedure is shown through examples.

Keywords: Biaxial flexion. Rectangular footing. Compression stresses. Successive approximations. Central kern. Java.

INTRODUCCIÓN

El cálculo de las tensiones (presiones) transmitidas al suelo de fundación por una zapata aislada rectangular rígida (Figura N° 1) se determina por la ecuación (1), definida en la teoría de resistencia de materiales debido a efectos combinados (fuerza axial y momentos biaxiales).

Figura N° I. Distribución de tensión de compresión bajo zapata rectangular.



Fuente: Elaboración propia, 2019.

(1)

$$\sigma_{(x,y)} = \frac{P}{A} + \frac{M_x Y}{I_x} + \frac{M_y X}{I_y}$$

Donde: P = Resi

A= Área total de la zapata

Mx, My = Solicitaciones de momentos en las direcciones X e Y.

Ix, Iy = Momentos de Inercia.

D, T = Dimensiones de la base de la zapata.

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ = Tensiones en los 4 vértices de la zapata.

Según la Figura N° 1 y la ecuación (1), se determinan las tensiones en los vértices (extremos) de tal manera que, si la fuerza resultante cae dentro del núcleo central (D/3 o T/3) de la zapata, las tensiones serán positivas (compresión) o nulas en algún caso. Esta situación será posible si los momentos Mx y My son pequeños, es decir, que las excentricidades en ambas direcciones sean relativamente reducidas. De esta manera toda la zapata estará en contacto con el suelo de fundación (100% del área), pudiendo ser la variación de tensiones lineal entre los vértices de la zapata o casi uniforme dependiendo de la excentricidad existente, pero en ningún caso negativa (tracción).

En el caso que la resultante vertical P salga del núcleo central, lo habitual es redimensionar la zapata aumentando las dimensiones T y D para tener mayor área de contacto con el suelo de fundación y que, por el redimensionado, el núcleo central también aumente de dimensiones y la resultante P caiga dentro de ella.

Si fuera el caso que las solicitaciones de momentos M_x o M_y sean muy grandes e importantes (excentricidades considerables) y no se pueda aumentar las dimensiones de la zapata, la solución normal es acoplar una viga de compensación a la zapata. La función de esta viga de compensación es la de absorber las solicitaciones de momentos M_x o M_y , según sea la dirección desfavorable del análisis y eliminar estos efectos en el cálculo de las tensiones. De esta manera, la zapata acoplada con la viga conseguirá que el área total debajo de la zapata vuelva a estar en contacto con el suelo. Lo anterior describe de una manera simple el análisis de tensiones de compresión de zapatas rectangulares con solicitaciones de una carga axial vertical P y momentos M_x y M_y no importantes (excentricidades pequeñas).

En caso de determinarse las tensiones de compresión máximas transmitidas al suelo de fundación; donde los momentos de volteo M_x y M_y son muy grandes e importantes (excentricidades considerables) que provocan que la fuerza vertical resultante P salga del núcleo central y, por lo tanto, se produzcan tensiones de tracción. Una de las acciones principales que provocarán estos efectos en zapatas son de carga lateral, debida principalmente al sismo, es decir, cuando la estructura esté en movimiento de vibración debido a la acción sísmica y, como consecuencia, la fuerza vertical resultante P cambiará de posición (incremento de momentos en la base) provocando que esta fuerza salga del núcleo central mientras dure el movimiento de vibración de la estructura. En esta situación, las tensiones de compresión transmitidas al suelo de fundación variarán, y por ende, el área de contacto, desprendiéndose del suelo, parte del área debajo de la zapata generando tensiones negativas (tracciones) en los vértices o esquinas levantadas. En este caso, resulta importante conocer el porcentaje de área en contacto entre el suelo y la zapata, las máximas tensiones de compresión y la localización de la línea de presión nula.

Estos resultados deben ser comparados con las recomendaciones expresadas respecto a la distribución de presiones en zapatas rígidas de los Reglamentos y/o Normas de diseño. Al respecto se encuentra en la norma chilena sismo resistente NCH433.0f96, modificada en 2009 (Instituto Nacional de Normalización, 1997) que en el punto 7.2.1 Fundaciones Superficiales, expresa:

Por lo menos el 80% del área bajo fundación aislada debe quedar sometida a compresión. Porcentajes menores del área en compresión se deben justificar de modo que se asegure la estabilidad global y que las deformaciones inducidas sean aceptables para la estructura. Las disposiciones anteriores no rigen si se usan anclajes entre la fundación y el suelo.

Mientras que, en la Guía Boliviana de Diseño Sísmico GBDS 2018 V.3 (Ministerio de Obras Públicas, Servicios y Vivienda, 2018), no se expresa ninguna recomendación sobre este aspecto.

En la revisión bibliográfica se encontraron varias publicaciones respecto al tema, donde se desarrollaran métodos para este análisis, tales como: Bearing Pressures for Rectangular Footings with Biaxial Uplift de Wilson (1997); How to Calculate Footing Soil Bearing by computer de Czerniak (1963); Analysis Of Eccentrically Loaded Rectangular Footing Resting On Soil -A Numerical Approach" de Jignesh (2010); Analysis of isolated footing subjected to axial load and high biaxial moments and numerical approach

for its solution de Sarkar (2014); y New Iterative method to Calculate Base Stress of Footings under Biaxial Bending de Ibrahim (2016).

De los artículos anteriores, el método numérico propuesto por Czerniak (1963) es el más simple en cuanto a su algoritmo matemático de cálculo respecto a otras metodologías. Con este algoritmo se determina las tensiones máximas de compresión transmitidas al suelo de fundación, la línea de eje neutro de tensión nula y principalmente el porcentaje de área en contacto debajo de la zapata con el suelo. En este sentido, el presente artículo tiene como objetivo proponer una aplicación computacional, para determinar lo anteriormente mencionado.

ZAPATAS RECTANGULARES SOMETIDAS A SOLICITACIONES BIAJIALES (MÉTODO DE ELI CZERNIAK) Excentricidad biaxial

Cuando las excentricidades aumentan, la fuerza vertical resultante cae fuera del núcleo, los cálculos se vuelven bastante complejos, incluso con la suposición simplificadora de una distribución de la presión lineal. Como no se puede depender de la tensión a tracción de la parte de área de zapata levantada, la práctica común es ignorar a partir del análisis esa porción del área de zapata sobre la cual la presión transmita al suelo es negativa. Esta es la dificultad para determinar la forma y el tamaño de la porción restante de área "Efectiva" y constituye los principales obstáculos en lograr una solución matemática.

Dependiendo de la ubicación de la carga vertical resultante P aplicada, la porción de áreas efectivas debajo de la zapata rectangular, bien podrían variar de un triángulo, a través de un trapecoide, a un rectángulo completo. La línea de presión nula (eje neutro) establece el límite de lo que se debe considerar como el área de equilibrio efectiva. De la estática, el valor de la resultante de la carga P aplicada debe ser igual a la fuerza resultante debido a la presión del suelo en contacto con la zapata y sus líneas de acción también deberán ser coincidentes. La línea de acción de las fuerzas deberá pasar por el centro de gravedad del prisma de presión del suelo.

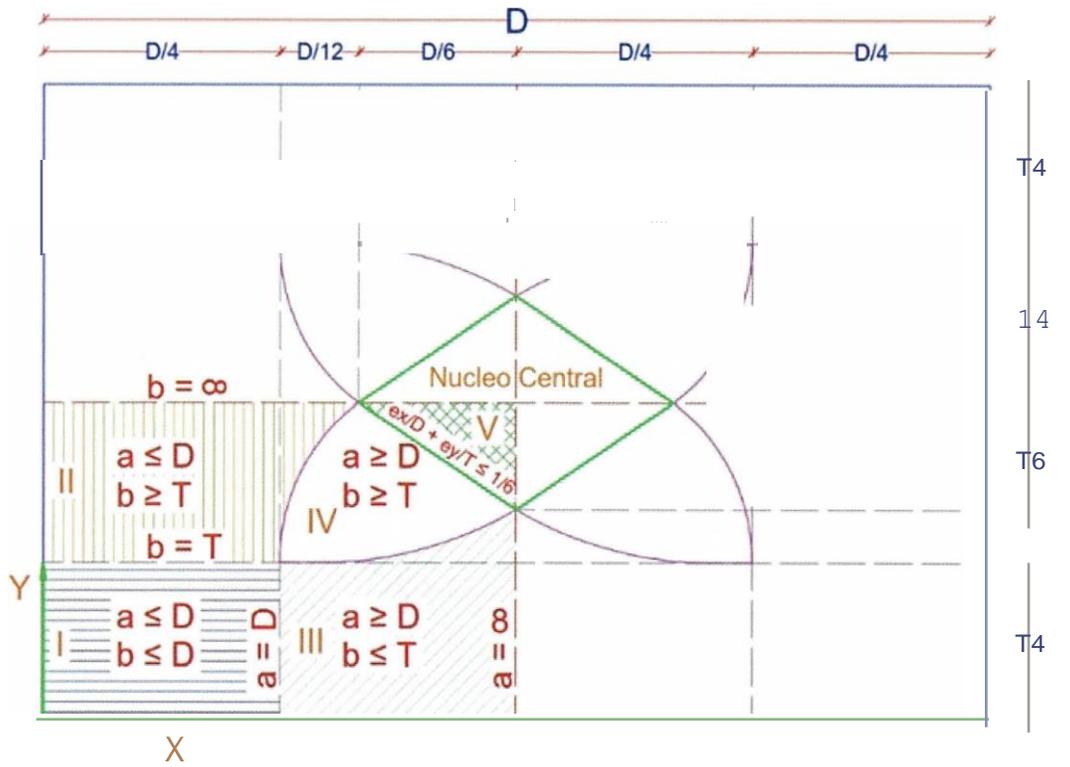
Para cualquier posición conocida o asumida del eje neutro, la presión máxima del suelo debajo de la esquina de la zapata es igual a la ecuación (2) propuesta por Czerniak (1963):

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A_c - \frac{Q_{oy}}{a} - \frac{Q_{ox}}{b}} \quad (2)$$

Donde: A_c = Área efectiva debajo de la zapata (Área de contacto con el suelo).
 Q_{ox} y Q_{oy} = son los primeros momentos del área A_c sobre los ejes x e y.
 a y b = Intersecciones de la línea del eje neutral con los ejes x e y respectivamente.

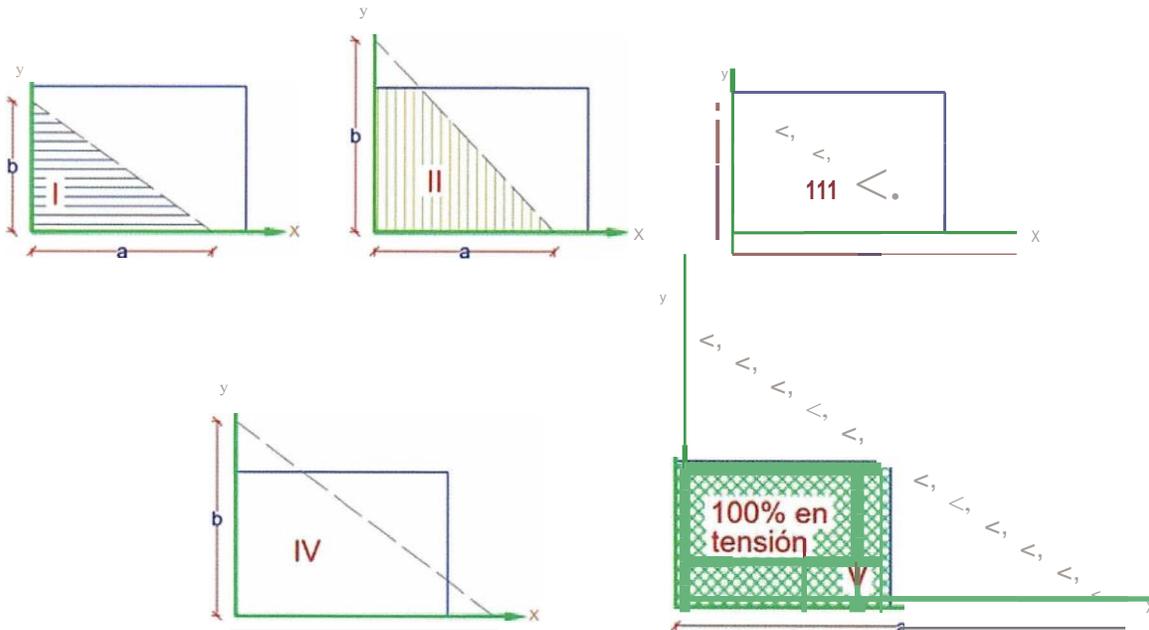
El origen de las coordenadas rectangulares se toma en la esquina de la zapata donde la presión del suelo es máxima. Dependiendo de la ubicación de la carga vertical resultante P (en el cuadrante de la zapata con la esquina como origen), el área efectiva puede ser una de las cinco formas posibles. Las ubicaciones de carga que corresponden a estas formas (con regiones de sombreado cruzadas coincidentes) se muestran mapeadas en la Figuras N° 2 y 3.

Figura N° 2. Cuadrantes de la zapata con V zonas



Fuente: Elaboración propia, 2019.

Figura N° 3. Dependiendo de la localización de la carga P, las cinco posibles áreas efectivas en contacto con el suelo de fundación.



Fuente: Elaboración propia, 2019.

Estabilidad

Para que la carga vertical resultante P esté dentro del núcleo central, la suma de las relaciones de excentricidad en las direcciones X e Y debe ser igual o menor que un sexto, ecuación (3):

$$\frac{e_x}{D} + \frac{e_y}{T} \leq \frac{1}{6} \quad (3)$$

La zapata está entonces completamente bajo presión y, por lo tanto, toda el área del rectángulo se considera efectiva en el análisis. La intensidad de la presión máxima (en la esquina) varía de un promedio de la presión (P)/A cuando la carga está situada en el centroíde de la zapata (momento cero), al doble de la media cuando la carga está en el borde del núcleo. A medida que la suma de las relaciones de excentricidad aumenta a más de un sexto, parte del área de equilibrio se vuelve ineficaz en el análisis: la estabilidad disminuye y la presión máxima del suelo aumenta a más del doble del promedio. Teóricamente, la presión máxima del suelo se acercaría al infinito y la estabilidad a cero, cuando la ubicación de la carga resultante P se coloque a lo largo de cualquiera de los lados de la zapata.

Las zapatas deben estar dimensionadas, de tal manera que se tenga un factor de seguridad adecuado contra el vuelco sin una dependencia de la resistencia lateral del suelo; un valor de 1,5 es el mínimo recomendado. El peso de la tierra superpuesta sobre la zapata debe ser incluido en los cálculos de estabilidad. Con respecto a la resistencia al deslizamiento, la práctica común es suponer que se proporcionaría a través de la fricción desarrollada en el fondo de la zapata en contacto con el suelo.

Aplicación propuesta

La parte más complicada del problema es la determinación de la posición del eje neutro que se toma como línea límite de la zona de área efectiva apoyada en el suelo. El desarrollo de las fórmulas para la determinación del eje neutro y las propiedades del área efectiva están publicadas por Czerniak (1963), por lo que en este artículo se propuso un pseudocódigo (Figura N° 4), con los pasos para resolver problemas de zapatas con excentricidad biaxial, el cual puede ser recreado en cualquier lenguaje de programación.

Figura N° 4. Pseudocódigo propuesto

Algoritmo
Pseudocódigo

inicio

//Variables

Ac, lx, ly, lxy, Yx, Yy, a_0, a_1, a_2, a_3, A%= 0 double
Yp, Xp, A, a, b, al= 0, bl= 0, ex, ey, P: double
k entero

// Entrada

Leer D, T, ex, ey, P

// Proceso

$$A = D \cdot T$$

$$X_p = D/2 - e_x$$

$$Y_p = T/2 - e_y$$

$$a = 2 \cdot D$$

$$b = 2 \cdot T$$

mientras k <= 10

$$Ac = \frac{(x_j + x_i) \cdot (Y_r Y_i)}{2}$$

$$y = \frac{(x_r x_j) [3 \cdot (Y_j + v_i)^2 + (Y_r Y_i) 2]}{24}$$

$$y = \frac{(Y_j - Y_i) \cdot [3 \cdot (X_j + x_i)^2 + (X_r X_i) 2]}{24}$$

$$l_i = \frac{(X_r X_i) \cdot (Y_j + Y_i) \cdot (Y_{2j} + Y_{2i})}{12}$$

$$l = \frac{(Y_r Y_i) \cdot (X_j + X_i) \cdot (X_{2j} + X_{2i})}{12}$$

$$l = \frac{(X_r X_i) \cdot [3 X_j Y_{2j} + X_i Y_{2i} + 2 X_j Y_i Y_j + 2 X_i Y_j + X_j Y_{2i} + 3 X_i Y_{2j}]}{24}$$

$$a_l = \frac{(x_y - Y_p Y_y)(l_{xy} - X_p Y_x) - U_x - Y_p Y_x (l_y - X_p Y_y)}{(l_{xy} - X_p Y_x)(Y_x - Y_p A_c) - U_y - Y_p Y_x (Y_y - X_p A_c)}$$

$$b_l = \frac{U_{xy} - Y_p Y_y (l_{xy} - X_p Y_x) - U_x - Y_p Y_x (l_y - X_p Y_y)}{(l_{xy} - X_p Y_y)(Y_y - Y_p A_c) - (l_y - Y_p Y_y)(Y_x - X_p A_c)}$$

sí a <= b; al y b <= b; b l

$$k = k + 1$$

$$a = a_l$$

$$b = b_l$$

fin de si

entonces

$$IT_0 = \frac{p}{A - \frac{Q_{oy}}{a} - \frac{Q_{ox}}{b}}$$

$$IT_2 = \frac{IT_0(1 - \frac{T}{a})}{IT_0(1 - \frac{T}{b})}$$

$$A_{10}^{OI} = \frac{Ac \cdot 100}{A}$$

```
// salida
```

```
escribir  
cr_O,cr_1,cr_2,cr_3,A%
```

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Lenguaje de Programación

Java es un lenguaje de programación de propósito general, concurrente, orientado a objetos, que fue diseñado específicamente para tener tan pocas dependencias de implementación como fuera posible. Su intención es permitir que los desarrolladores de aplicaciones escriban el programa una vez y lo ejecuten en cualquier dispositivo (conocido en inglés como WORA, o write once, run anywhere), lo que quiere decir que el código que es ejecutado en una plataforma no tiene que ser recompilado para correr en otra. Java es, a partir de 2012, uno de los lenguajes de programación más populares en uso, particularmente para aplicaciones de cliente-servidor de web.

El pseudocódigo (Figura N° 4) se plasmó en el lenguaje de programación Java y se propuso una aplicación computacional denominada "cálculo de tensiones máximas transmitidas al suelo de zapatas rectangulares bajo cargas biaxiales". Con la aplicación, se realizó una comparación de resultados a problemas analizados y resueltos por Czerniak (1963) y por Wilson (1997).

De la página <https://www.filehosting.org/file/details/804450/setup.exe> puede obtener la aplicación computacional, para la posterior instalación; claro está que primero se tiene que tener instalado la máquina virtual de java (JVM), para que se ejecute la aplicación.

Ejemplos de la aplicación

Problema N.º I. (Czerniak, 1963)

Una zapata rectangular rígida de hormigón armado de $D=457,20$ cm (15 ft), $T=320,04$ cm (10,5 ft) soporta una carga vertical $P=113,5$ ton ($P=250$ kips) (incluye peso de la zapata y el relleno de suelo sobre la misma), situado excéntricamente a una distancia de 30,48 cm. (1,0ft) del centro geométrico en ambas direcciones (Ver Figura N° 5).

Figura N° 5. Problema N°1

$P=113,5$ ton
 $e_x=30,48$ cm
 $e_y=30,48$ cm
 $O=457,20$ cm
 $T=320,04$ cm



Fuente: Elaboración propia, 2019.

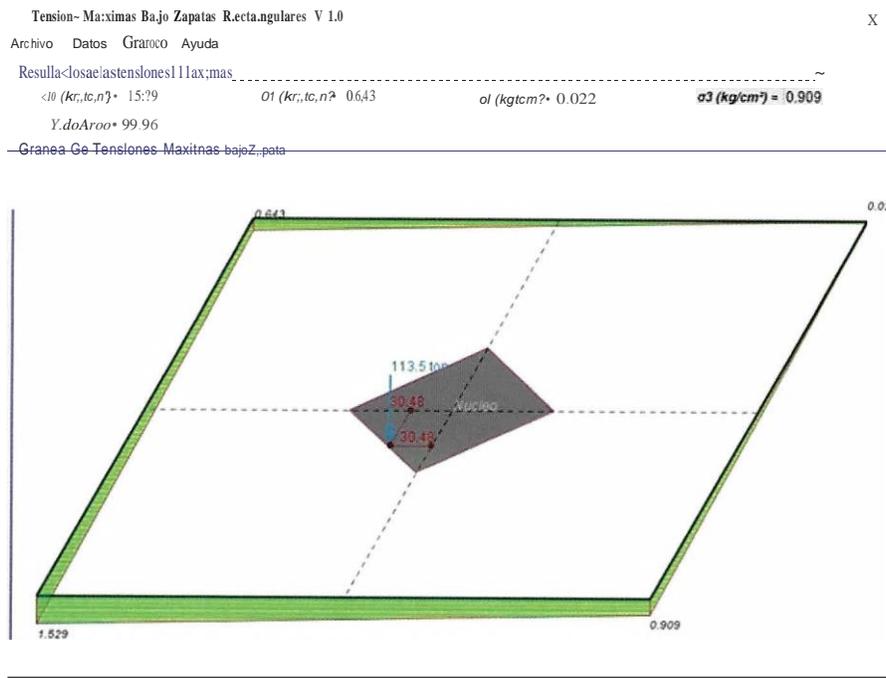
En la Tabla N° 1 y la Figura N° 6 se presentan los resultados obtenidos del problema N°1:

Tabla N° I. Resultados del problema N°1

k	Area	%Area	Qx	Qy	lx	ly	lxy	a	b
	1146.322,29	100,00	23.414492,53	33.449.275,04	4.995.716.125 ,30	10.195.339.031,22	5.352.552.991,39	1.126,67	552,07
	2146.256,97	99,96	23.393.412,51	33.419.054,07	4.988.913.225,59	10.181.356.550,09	5.342.800.711,52	1.126,70	552,08
	3146.256,82	99,96	23.393.366,50	33.418.987,99	4.988.898.315,34	10.181.325.793,59	5.342.779.300,07	1.126,70	552,08
<i>Sigma</i>	<i>Sigma 1</i>	<i>Sigma 2</i>	<i>Sigma 3</i>						
1,53	0,64	0,02	0,91						

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Figura N° 6. Resultados en la aplicación problema N°1



Fuente: Elaboración propia, 2019.

Para estas excentricidades la carga vertical resultante cae dentro del núcleo central, por tanto, el área efectiva de contacto es del 100% aunque luego del análisis con la aplicación el área efectiva es de 99,96% equivalente casi al 100% cuyo resultado era el esperado.

La línea del eje neutro está fuera de la zapata y dado que la aplicación se configuró para comenzar como rectángulo completo (utilizando parámetros de eje neutro equivalentes a dos dimensiones de la base, Figura N° 5), se obtiene la ubicación correcta de la línea del eje neutro dentro del primer ciclo.

Se debe tomar en consideración que la prueba de convergencia requiere que los parámetros del eje neutro permanezcan iguales durante dos ciclos consecutivos, y de allí resulta el ciclo adicional que se muestra en la impresión de la computadora (Figura N° 6). Una vez determinada la posición del eje neutro, la computadora calcula e imprime la tensión máxima del suelo (en la esquina utilizada como origen), así como la tensión en las otras esquinas.

Problema N°2 (Czerniak, 1963)

¿Cuál es la carga máxima que se transmite al suelo, debido al incremento de momento de vuelco, en 114,3 cm (3,75 ft) y 99,06 cm (2,25 ft) en la dirección X e Y respectivamente para el problema N°1; y una reducción de carga vertical resultante a 45,4 ton (100 kips)?

- P= 45,4 ton
- e_x=114,30 cm
- e_y=99,06cm
- O=457,20 cm
- T=320,04 cm

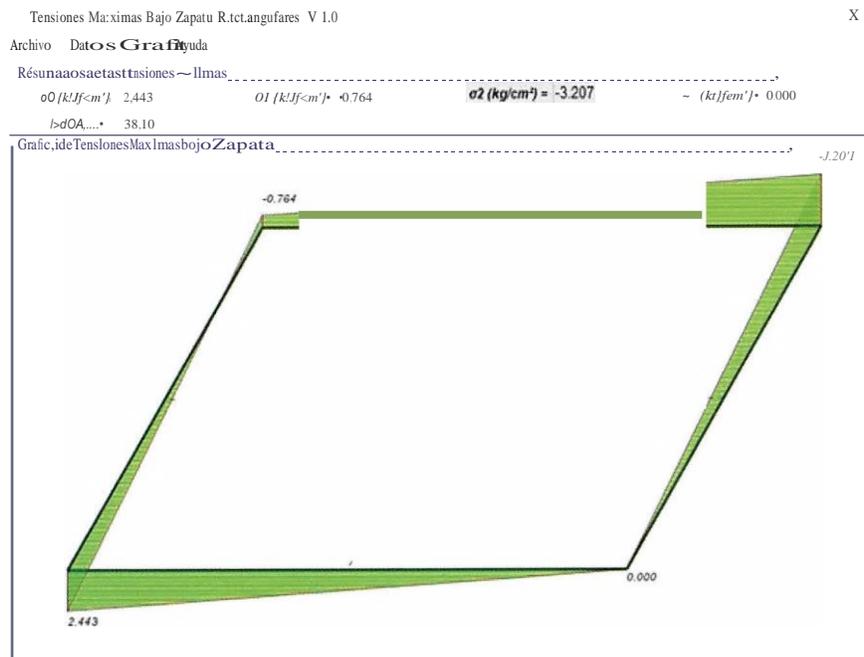
En la Tabla N° 2 y la Figura N° 7 se presentan los resultados obtenidos del problema N°2.

Tabla N° 2. Resultados del problema N°2

k	Area	% Area	Qx	Qy	Ix	Iy	Ixy	a	b
1	146.322,29	100,00	23.414.492,53	33.449.275,04	4.995.716.125,30	10.195.339.031,2	25.352.552.991,39	664,03	375,43
2	109.842,21	75,07	14.209.138,23	21.138.812,84	2.589.242.819,71	5.779.553.550,77	2.320.073.539,13	531,03	309,30
3	00.536,59	55,04	8.444.266,29	13.771.916,59	1.308.940.986,90	3.490.734.906,56	1.113.235.483,60	477,42	268,17
4	63.900,38	43,67	5.721.895,71	10.134.143,24	767.277.449,02	2.407.127.906,43	682.790.604,73	460,06	248,32
5	57.118,24	39,04	4.728.032,84	8.758.534,89	587.030.821,51	2.014.480.488,11	543.790.224,89	457,28	244,02
6	55.793,61	38,13	4.538.286,78	8.504.504,69	553.720.527,78	1.944.485.920,76	518.821.257,07	457,20	243,84
7	55.741,90	38,10	4.530.707,67	8.495.068,02	552.384.566,90	1.941.972.944,35	517.859.991,65	457,20	243,84
Sigma O	Sigma!	Sigma2	Sigma 3						
2,44	-0,76	-3,21	0,00						

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Figura N° 7. Resultados en la aplicación problema N°2



Fuente: Elaboración propia, 2019.

Relación de estabilidad:

$$SR_x = \frac{457,2^2}{114,3} = 2 > 1,50 \qquad SR_x = \frac{320,04^2}{99106} = 1,62 > 1,50$$

Relación de estabilidad diagonal:

$$SRd = \frac{\sqrt{(457,2)^2 + (320,04)^2}}{\sqrt{114,3^2 + 99,06^2}} = 1,84$$

La carga quedó fuera del núcleo por las grandes excentricidades de este problema. La estabilidad contra el vuelco de acuerdo al análisis es crítica, aspecto muy importante que debe ser tomado en cuenta. Es notorio que se verifica la estabilidad para cada una de las dos direcciones por separado, en la zapata y la estabilidad en cualquier dirección diagonal se encuentra entre las dos componentes rectangulares.

La relación de estabilidad global para la dirección diagonal calculada, cuyo valor es de 1,84, y con la carga resultante fuera del núcleo, despreja parte del área de equilibrio, puesto que solo el 38,10% del área de la zapata está en contacto con el suelo y el restante 61,90% presenta tensiones negativas.

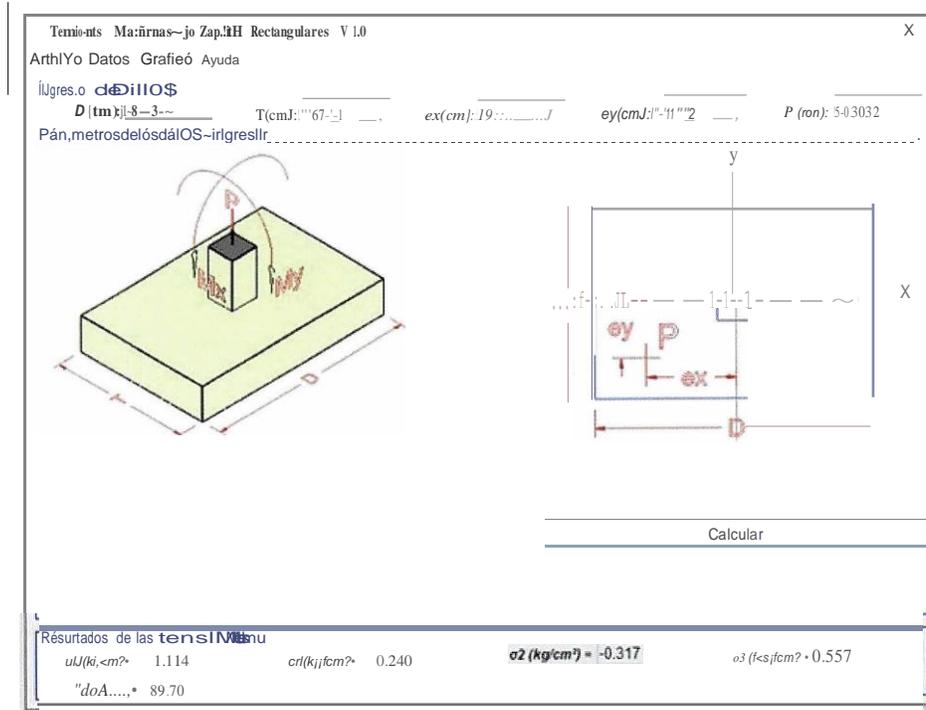
Observando que la excentricidad en la dirección x es igual a D/4, es evidente que la ubicación de la carga resultante está en la línea divisoria entre los tipos I y 111 (Figura N° 3). El límite del área efectiva de tipo I se alcanza cuando el parámetro "a" se vuelve igual a la dimensión D (y en qué punto comienza el tipo 111). Por observación entonces, se sabe que el parámetro "a" es igual a 45,72 cm. Tal deducción sería, por supuesto, útil para reducir el volumen de cálculos al intentar soluciones manuales.

Con una computadora digital, sin embargo, cuanto más generalizado sea el enfoque, mejores resultados se logran siguiendo el procedimiento sistemático de sustituciones sucesivas de los parámetros del eje neutro a la convergencia absoluta, que para este problema se alcanzó en seis ciclos (Tabla N°2).

Problema N°3 (Wilson, 1997)

Determinar la tensión máxima para la zapata rectangular de dimensiones D=183 (6 ft) y T=671 (22 ft) centímetros respectivamente. La carga resultante vertical es de P=50.3230 ton (110,8 kips) y las excentricidades $e_x=19$ cm (0,61 ft) y $e_y=112$ cm (3,66 ft). La Figura N° 8 presenta en problema N°3 en la aplicación.

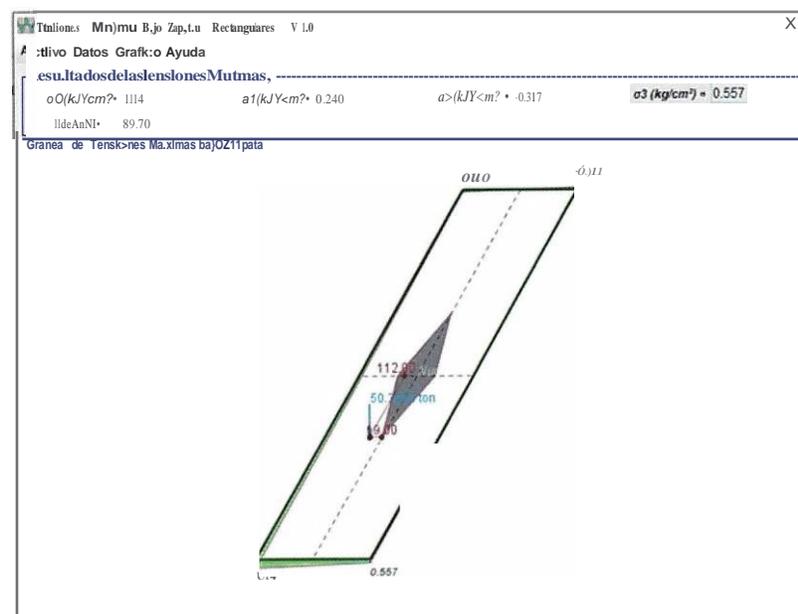
Figura N° 8. Entrada de datos del problema N°3 a la aplicación



Fuente: Elaboración propia, 2019.

De acuerdo con el problema planteado por Wilson (1997), el área efectiva obtenida fue de 90,1% y con la aplicación de 89,70% (Figura N° 9), existiendo una diferencia de 0,44%, aspecto que indica que la diferencia de resultados es mínima y que ambos procedimientos son válidos.

Figura N° 9. Determinación de la tensión máxima problema N°3.

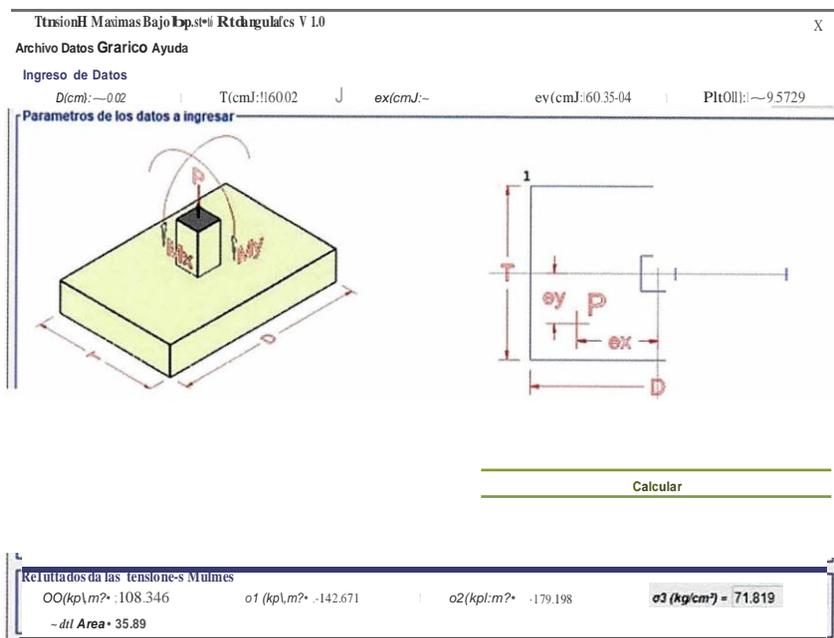


Fuente: Elaboración propia, 2019.

Problema N°4. (Wilson, 1997)

Determinar la tensión máxima para la zapata rectangular de dimensiones $D=160,02$ cm (5,25 ft) y $T=160,02$ cm (5,25 ft). La carga resultante vertical es de $P=419,95$ ton (925 kips) y las excentricidades $e_x=10,668$ cm (0,35 ft) y $e_y=60,3504$ cm (1,98 ft).

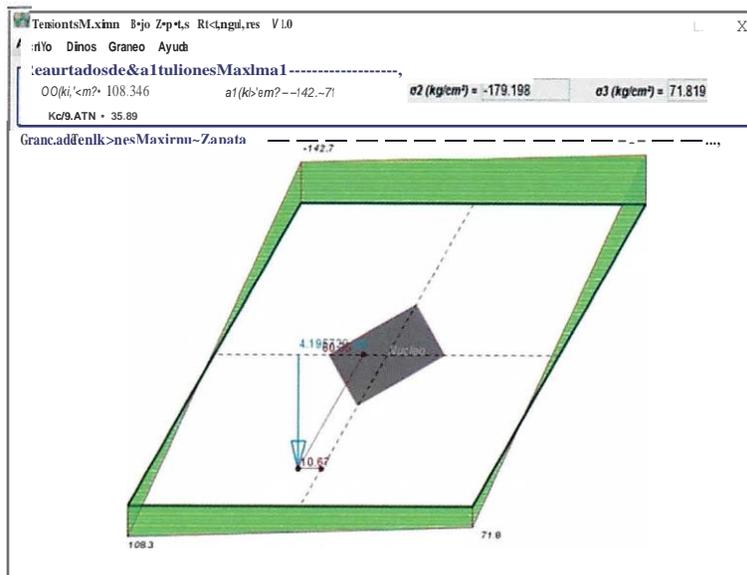
Figura N° 10. Entrada de datos a la aplicación problema N°4.



Fuente: Elaboración propia, 2019.

De este problema planteado por Wilson (1997), el área efectiva de apoyo de la zapata sobre el suelo de fundación es de 35,90%, y verificando con la aplicación que lleva el método de Czerniak (1963) es de 35,89% (Figura 11), mostrando una diferencia de 0,027%.

Figura N° 11. Determinación de la tensión máxima problema N°4.



Fuente: Elaboración propia, 2019.

CONCLUSIONES

En este artículo de estudio, donde se plantea una aplicación computacional aplicando el método de Czerniak (1963) para determinar las tensiones de compresión (presiones) transmitidas por una zapata rígida rectangular al suelo de fundación con carga excéntrica se pueden enunciar las siguientes conclusiones:

El algoritmo propuesto para la aplicación del método de Czerniak (1963) es eficiente por las pocas aproximaciones sucesivas que tiene realizar, puesto que la solución converge rápidamente, es decir, que en pocos pasos se obtienen los resultados esperados.

El pseudocódigo propuesto con el procedimiento de cálculo se puede adaptar a cualquier lenguaje de programación.

Se realizaron varias comparaciones de resultados con otros métodos de cálculo propuesto por otros autores. En este artículo solo se muestran la comparación con el método de Wilson (1997) y los resultados son satisfactorios porque existe escasa diferencia.

En las aplicaciones prácticas, cuando los esfuerzos de momentos M_x o M_y son grandes (excentricidades considerables) la resultante P cae fuera del núcleo y este método desarrollado determina la porción de área efectiva en contacto con el suelo, aspecto que no es para nada común este tipo de análisis, además de ayudar a realizar la verificación de la estabilidad de la zapata y por ende de la estructura que se halla apoyada sobre la misma. Conocer el área efectiva de la zapata en contacto con el suelo y las tensiones que se transmite dará un indicio de los posibles problemas de la fundación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Czerniak, E. (1963). "How to calculate Footing Soil Bearing by Computer". Texas: Gulf Publishing Company, 43: 109-114.

Ibrahim, A. (2016). "New Iterative method to Calculate Base Stress of Footings under Biaxial Bending", International Journal of Engineering & Applied Sciences 8(4): 40-48.

<https://doi.org/10.24107/ijeas.281460>

Instituto Nacional de Normalización. INN-CHILE. (1996): "Norma chilena oficial NCh433Of. 1996: Diseño Sísmico de Edificios". Santiago: INN, Chile.

Jignesh, Ch. (2010). "Analysis Of Eccentrically t.loaded Rectangular Footing Resting On Soil -A Numerical Approach". Vadodara: L&T Sargent & Lundy Limited, India.

Ministerio de Obras Públicas, Servicios y Vivienda (2018). "Guía Boliviana de Diseño Sísmico", versión 3 (junio 2018), La paz: MOPSV-Bolivia.

Sarkar, B. (2014). "Analysis of isolated faoting subjected to axial load and high biaxial moments and numerical approach far its solution", The Indian Concrete Journal, The Indian Concrete Journal, 6: 60-80.

Wilson, K. E. (1997). "Bearing Pressuresfar Rectangular Footings with Biaxial Uplift", Journal of Bridge Engineering, 2:27-33. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(1997\)2:1\(27\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(1997)2:1(27))

Fuentes de financiamiento: Esta investigación fue financiada con fondos de los autores. **Declaración de conflicto de intereses:** Los autores declaran que no tiene ningún conflicto de interés.

Copyright (c) 2019 Limbet Coro Mayta; Marcelo Borda Reyes



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumendelicencia](#) - [Textocompletodelalicencia](#)