

## Diseño e implementación de un Sistema de Control Proporcional Integral Derivativo (PID) para el Sistema Viga-esfera

### Design and implementation of a Proportional Integral Derivative (PID) Control System for the Beam System-sphere

E lías Prudencio Chavez Jaldín

Ingeniero Electrónico. Docente de la Carrera de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones, Universidad Privada Del Valle

[elias\\_1335@hotmail.com](mailto:elias_1335@hotmail.com)

#### RESUMEN

El Sistema Viga-esfera es un sistema donde la posición de una esfera sobre una viga es controlada por su inclinación. Es usado en la enseñanza de sistemas de control dinámico en las universidades. El presente artículo se enfoca en los cálculos analíticos del diseño de sistemas de control. En un primer momento se enfoca en la obtención de la función de transferencia, las limitaciones mecánicas que se presenta en su implementación, el diseño y sintonización del compensador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) usando el software MATLAB (Laboratorio Matemático), los elementos empleados (sensor, actuador-servomotor y microcontrolador-ARDUINO) y finalmente la implementación del programa en el microcontrolador.

**Palabras clave:** Compensador Proporcional Integral Derivativo (PID). Sistema de control. Función de transferencia. Sistema Viga-esfera.

#### ABSTRACT

The Beam-Sphere system is a system in which the position of a sphere on a beam is controlled by his inclination. It is used in the teaching of dynamic control systems in universities. The present article focuses on the analytical calculations in the design of control systems. First, it focuses on obtaining the transfer function, the mechanical limitations that are presented in the implementation, the design and tuning of the Proportional-Integral-

Derivative (PID) compensator using MATLAB, the elements used (sensor, actuator-servomotor, and microcontroller-ARDUINO), and finally the implementation of the program in the microcontroller.

**Keywords:** Proportional Integral Derivative (PID) compensator. Control System. Transfer function. Beam System-sphere.

#### INTRODUCCIÓN

La ingeniería -en general- busca comprender y controlar los materiales y fuerzas de la naturaleza en beneficio de la humanidad. La ingeniería de control se interesa en el conocimiento y control de un sistema, con el fin de proporcionar productos económicos útiles para la sociedad. Para poder controlarlo más efectivamente se precisa entenderlo y modelarlo; entiéndase este último término como una ecuación matemática. El desafío actual es trabajar estos sistemas complejos como robóticas y de automatización industrial.

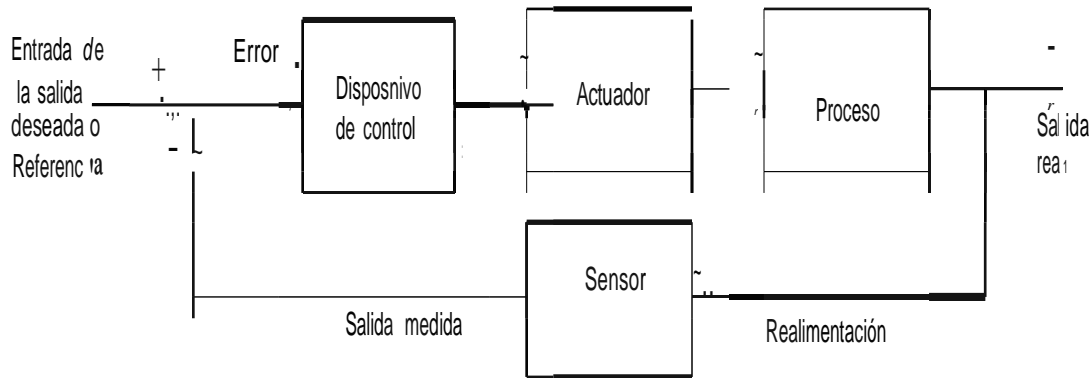
Los fundamentos de la ingeniería de control son la realimentación y el análisis de sistemas lineales; no está limitada a ninguna disciplina en la ingeniería.

La interconexión de componentes que forman una configuración para proporcionar una respuesta deseada es denominada sistema de control. Un

sistema de control en lazo cerrado usa un sensor para la medición de la salida (realimentación) para luego ser comparada con la señal de referencia.

Sus componentes son: Dispositivo de control, Actuador, Proceso y Sensor, como se muestra en la figura N°1.

Figura N°1. Diagrama de bloque de un sistema con realimentación negativa



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

1. Dispositivo de control: componente encargado de gestionar todo el sistema de control. El elemento usado en el Sistema Viga-esfera es un microcontrolador inmerso en la placa ARDUINO UNO, donde fue grabado el PID.
2. Actuador: es todo el mecanismo para el accionamiento del proceso. El actuador es un servomotor en este caso.
3. Proceso: sistema por controlar, también denominado planta, que en este caso es la esfera que se desplaza en la viga.
4. Sensor: elemento de medición de la salida real, usándose en este sistema un sensor de medición de distancia infrarrojo.
5. Compensador PID: es popular por su robusto comportamiento en un rango amplio de condiciones de operación y su simplicidad funcional. Está determinado por tres parámetros: ganancia proporcional (mayor rapidez de respuesta), ganancia integral (disminuye el error en estado estacionario) y ganancia derivativa (disminuye oscilaciones en la respuesta del sistema). Por lo explicado, se usa como gestor de control.

El sistema presentado controla la posición de la esfera en la viga, realizando un movimiento angular en esta última; de esta forma, se muestra la aplicación de la teoría básica de sistemas de control dinámico.

### Consideraciones matemáticas

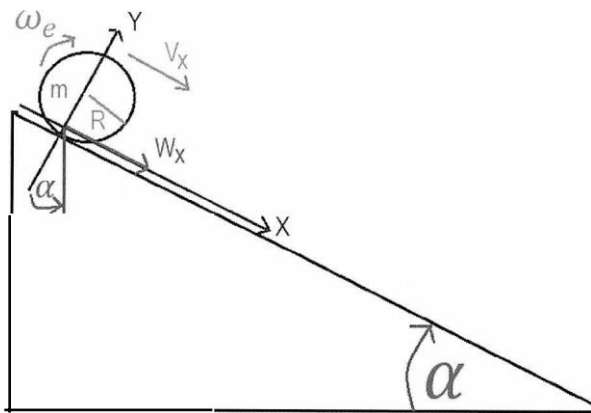
Previo al diseño del sistema de control, se debe obtener la función de transferencia de la planta. Para este fin, se realiza el modelamiento matemático del Sistema Viga-esfera y posteriormente el ángulo mínimo de inclinación de la viga para el inicio del movimiento de la esfera.

#### a. Modelo matemático del Sistema Viga-esfera

Para obtener el modelo matemático se recurre a las ecuaciones cinéticas de Lagrange, esto debido a la complejidad que presenta la mecánica clásica de Newton. El sistema presenta dos cantidades físicas: la posición de la esfera y el ángulo de inclinación de la viga (figura N°2). El sistema de control está centrado solamente en la esfera. Por lo tanto, la ecuación de energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_x^2 + \frac{1}{2} J_e \cdot \omega_e^2 \quad (1)$$

Figura N°2. Diagrama de cuerpo libre de la esfera



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

La relación de la velocidad lineal y angular es:

$$v_x = \omega_e \cdot R$$

Reemplazando esta última en la ecuación (1), se obtiene:

$$E_c = \frac{1}{2} \left( m + \frac{J_e}{R^2} \right) \cdot v_x^2 \quad (2)$$

Ahora la energía potencial de la esfera es:

$$U_p = -mg \cdot \sin \alpha \cdot x \quad (3)$$

El valor negativo se debe a la diferencia de altura final e inicial.

Reemplazando (2) y (3) en la función de Lagrange:

$$L = E_c - U_p$$

$$L = \frac{1}{2} \left( m + \frac{J_e}{R^2} \right) \cdot v_x^2 + mg \cdot \sin \alpha \cdot x \quad (4)$$

Usando las ecuaciones cinéticas de Lagrange, sólo para la esfera se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial v_x} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\left( m + \frac{J_e}{R^2} \right) \cdot \ddot{x} - mg \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\left( m + \frac{J_e}{R^2} \right) \cdot \ddot{x} - mg \cdot \sin \alpha = 0 \quad (5)$$

Uno de los términos de la ecuación diferencial (5) no es lineal: «sino»; se linealiza la función (Serie de Taylor) en el punto de equilibrio de  $\alpha_0 = 0^\circ$ :

$$\sin \alpha \approx \frac{d}{dx} \sin \alpha \Big|_{\alpha=0} \cdot (\alpha - \alpha_0)$$

$$\sin \alpha \approx \cos 0^\circ \cdot (\alpha - 0^\circ)$$

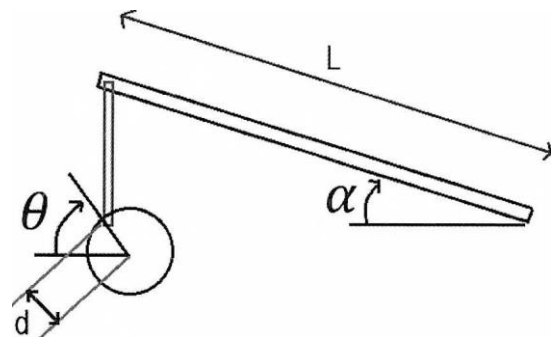
$$\sin \alpha \approx \alpha \quad (6)$$

Se reemplaza esta aproximación en la ecuación diferencial (5):

$$\left( m + \frac{J_e}{R^2} \right) \cdot \ddot{x} - mg \cdot \alpha = 0 \quad (7)$$

La viga es rotada por medio de un actuador (servomotor), cuyo ángulo « $\theta$ » es diferente al ángulo de la viga « $\alpha$ », como se muestra en la figura N°3.

Figura N°3. Diagrama de relación de ángulos de la viga y el actuador



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

La relación entre estos dos ángulos y sus respectivos brazos se asemeja a un tren de engranajes. Usando las ecuaciones de trenes de engranajes se obtiene:

$$\alpha = \frac{d}{L} \cdot \theta \quad (8)$$

Ahora, esta última ecuación (8) se reemplaza en la ecuación diferencial (7):

$$(m + \frac{I}{R^2}) \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} - mg \cdot \frac{d}{L} \cdot e = 0 \quad (9)$$

Se utiliza la transformada de Laplace para obtener la función de transferencia:

$$(m + \frac{I}{R^2}) s^2 \cdot X(s) - mg \cdot \frac{d}{L} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{X(s)}{e(s)} = \frac{m \cdot \frac{d}{L}}{(m + \frac{I}{R^2}) \cdot s^2} \quad (10)$$

El momento de inercia de la esfera es:

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$$

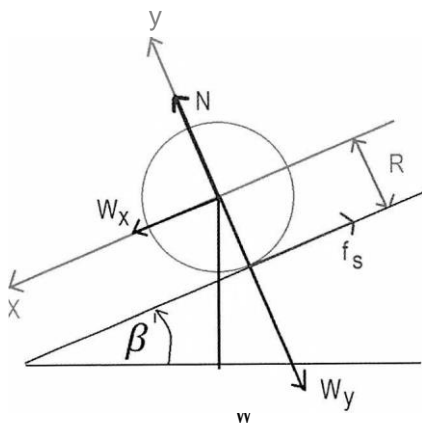
Reemplazando en la ecuación de la función de transferencia (10), se obtiene la función de transferencia del Sistema Viga-esfera:

$$\frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{5}{7} \cdot \frac{gd}{L} \cdot \frac{1}{s^2} \quad (11)$$

### b. Ángulo de inclinación mínimo para el inicio de movimiento.B

Se necesita conocer el ángulo mínimo para que la esfera puede empezar a desplazarse; para esto, se calcula el ángulo mínimo de inclinación, «B».

Figura N°4. Diagrama de cuerpo libre de las fuerzas actuantes en la esfera cuando la viga está inclinada



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Calculando el peso con respecto al nuevo eje de coordenadas (ver figura N°4), se tiene:

$$W_x = mg \cdot \sin \beta \quad (12)$$

$$W_y = mg \cdot \cos \beta \quad (13)$$

Por la segunda Ley de Newton (ver figura N°3):

$$\sum F_x = W_x - \dot{I} = m \cdot a_x \quad (14)$$

$$\sum T_z = \dot{I} \cdot R = L \cdot a_z \quad (15)$$

Se necesita calcular la fricción del sistema, para eso se reemplaza la ecuación (15) y (12) en la ecuación (14):

$$mg \cdot \sin \beta - \frac{I}{R} \cdot \frac{a_z}{L} = m \cdot a_x \quad (16)$$

Como:

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$$

y:

$$a_x = R \cdot a_z$$

Reemplazando en la ecuación (16)

$$mg \cdot \sin \beta - \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2 \cdot \frac{a_z}{R \cdot L} = m \cdot R \cdot a_z$$

$$a_z = \frac{5}{7} \cdot \frac{g}{R} \cdot \sin \beta$$

Y la fricción es igual a:

$$f_s = \frac{2}{7} \cdot mg \cdot \sin \beta \quad (17)$$

Ahora las fuerzas en eje «y»:

$$\sum F_y = N - W_y = 0$$

N-vV: y

Obteniendo la ecuación de la fricción:

$$f_s = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot mg \cdot \cos \beta \quad (18)$$

Ambas ecuaciones (17) y (18) deben ser iguales, de esa forma se obtiene el ángulo mínimo de inclinación en función del coeficiente de fricción estática, que está definido su valor por el tipo de material de superficie de la viga:

$$\frac{2}{7} \cdot mg \cdot \sin \beta = \mu_s \cdot mg \cdot \cos \beta$$

$$\mu_s = \frac{2}{7} \cdot \tan \beta$$

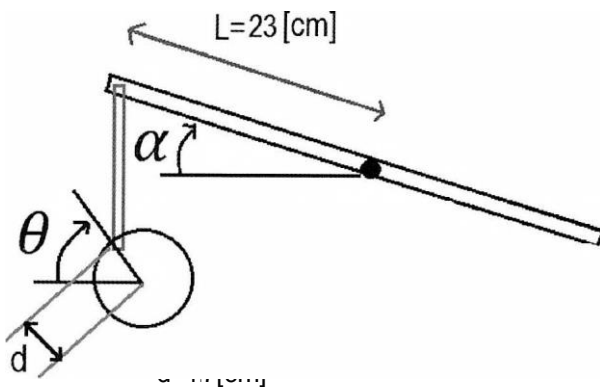
$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{7}{2} \cdot \mu_s \right) \quad (19)$$

Donde  $\mu_s$ : coeficiente de fricción estática y  $\beta$ : ángulo de inclinación mínima para el inicio de movimiento.

### Diseño del Compensador Proporcional Integral Derivativo (PID)

En primer lugar, se necesita conocer la función de transferencia de la planta, ecuación (11); esta ecuación muestra la dependencia del sistema con la construcción física del sistema, para eso se realiza las medidas correspondientes (como se muestra en la figura N°5).

Figura N°5. Dimensiones reales del Sistema Viga-esfera



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Con base a los materiales, tanto en la superficie de la viga como en el material de la esfera (Goma), reemplazando en la ecuación (11) se obtiene la

función de transferencia del sistema:

$$X(s) = 0.52$$

$$B(s) = \dots; Z$$

Los requerimientos de diseño deseado son:

Tiempo de estabilidad menor a cinco segundos  
Un sobre impulso menor al 5 %

Introduciendo estos datos en MATLAB, usando la función rltool (ver figura N°6), abrimos la ventana de diseño Simple entrada simple salida (SISO) propio de MATLAB para el diseño de compensadores, con previa introducción del sistema a compensar.

Figura 6. Código escrito en la ventana de trabajo de MATLAB

```
>> num=0.52;
>> den=[1 0 0];
>> sys=tf(num, den)

sys =

    0.52

Continuous-time transfer function.

>> rltool(sys)
```

Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Introduciendo los requerimientos de diseño, se obtiene la gráfica de la región de polos deseada (área de color blanco) mostrada en la figura N°7.

Ahora, la ecuación del compensador PID es:

$$G_c = K_p + \frac{K_i}{s} + K_v \cdot s = K_v \cdot \frac{s^2 + \frac{K_p}{K_v} s + \frac{K_i}{K_v}}{s} \quad (20)$$

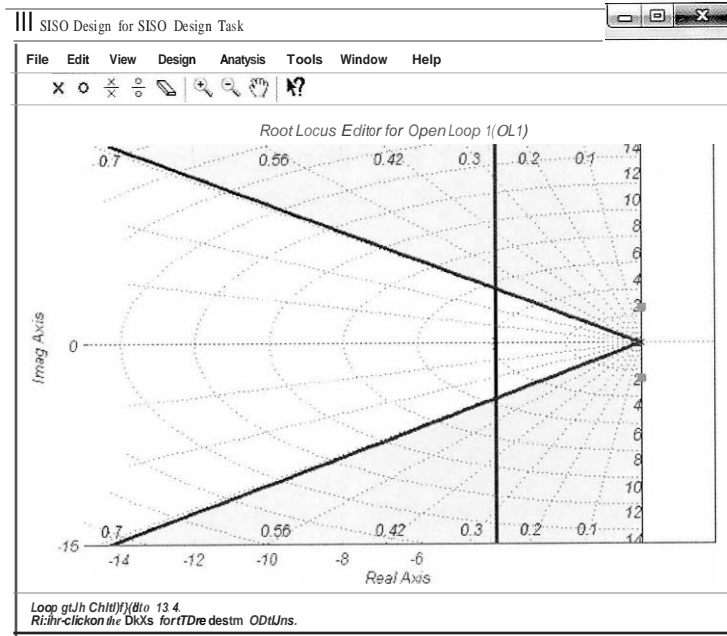
Usando una función alternativa:

$$G_c = K_i \cdot \frac{s^2 + b_1 \cdot s + b_0}{s} \quad (21)$$



Donde:  $K_D; b_1 = \frac{K_P}{K_D}; b_0 = \frac{K_I}{K_D}$

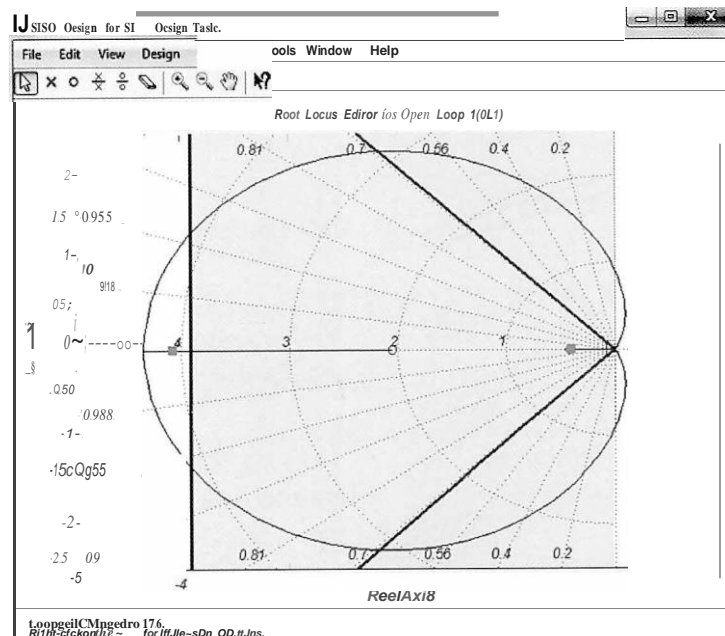
Figura N°7. Herramienta de diseño de compensadores de MATLAB



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

La ecuación (21) sugiere asignar dos ceros reales y un polo en el origen (ver figura N°8). Esta asignación es arbitraria, la única condición es que los polos dominantes (cuadrados pequeños de color fucsia que aparecen) estén dentro la región de polos deseados

Figura N°8. Asignación de dos ceros y un polo en el origen



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Una vez conseguido el diseño, se muestra en el editor de compensador (ver figura N°9) la función del compensador diseñado. Usando esta función, se compara con la ecuación (21):

$$G_c = 17.6 \cdot \frac{(s + 2.06)(s + 0.413)}{s}$$

$$G_c = 17.6 \cdot \frac{s^2 + 2.473s + 0.413}{s}$$

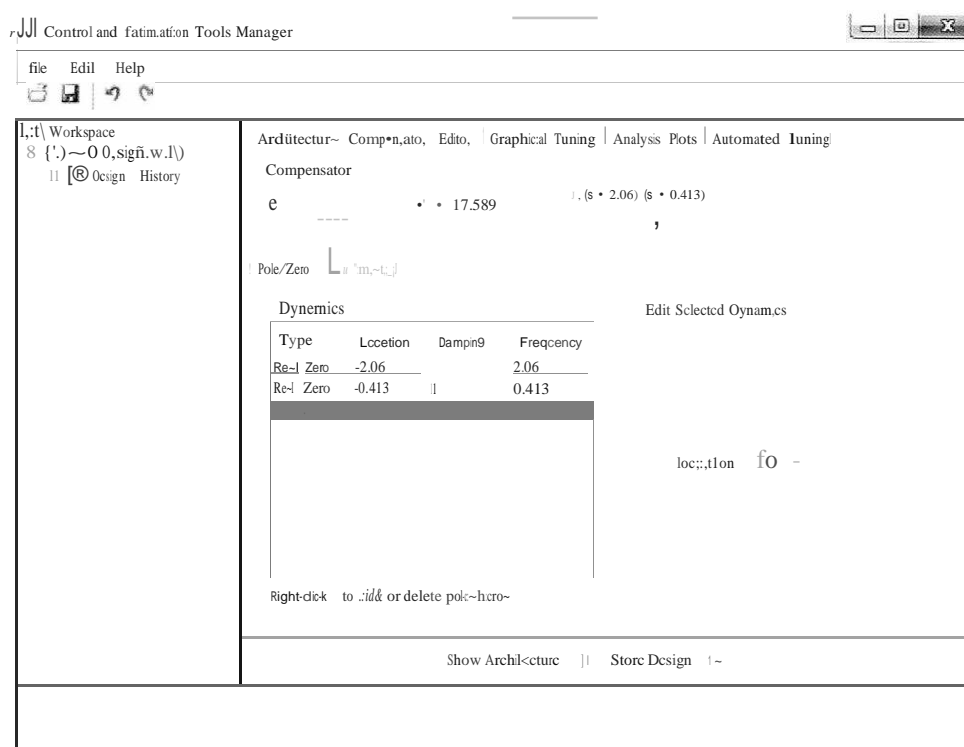
$$G_c = K_c \cdot \frac{s^2 + b_1 s + b_0}{s}$$

$$K_c = 17.6; b_1 = 2.473; b_0 = 0.413$$

Se obtiene:

$$K_v = 17.6; K_p = 43.5; K_I = 7.27$$

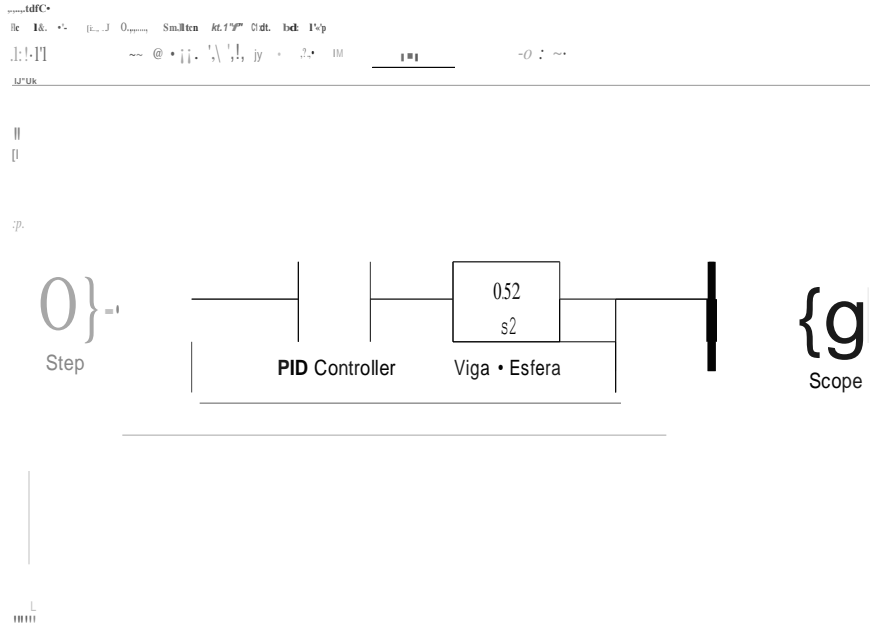
Figura N°9. Función de transferencia del compensador diseñado



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Usando ahora SIMULINK-MATLAB para sintonizar el compensador PID, se arma el diagrama de bloques mostrado en la figura N°10. La configuración del compensador se muestra en la figura N°11, la respuesta del sistema se muestra en la figura N°12.

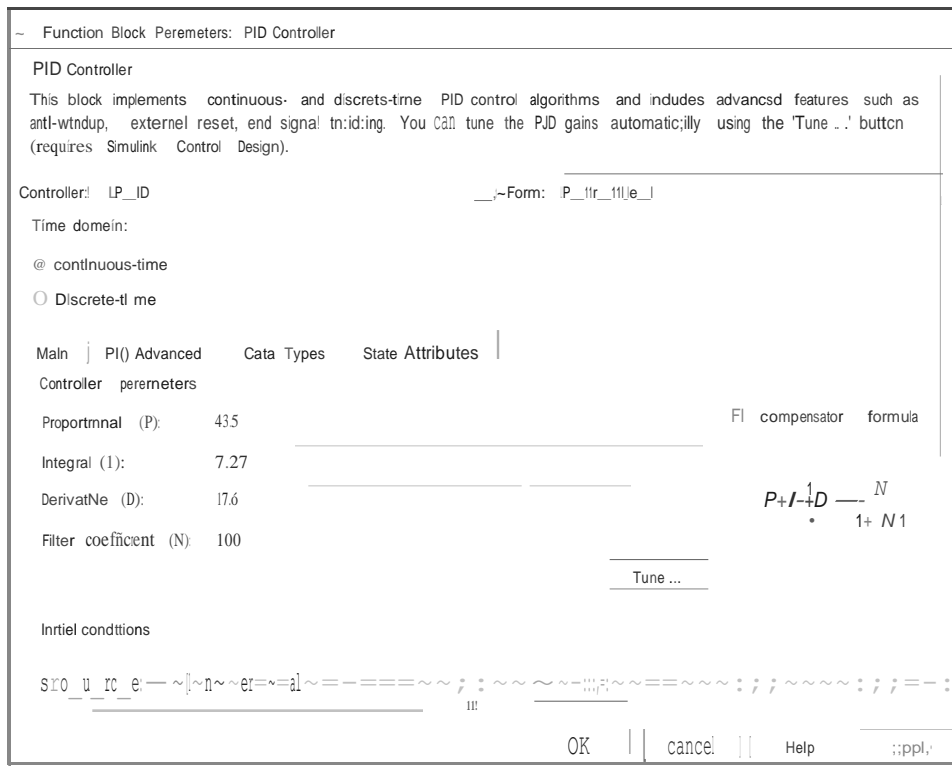
Figura N°10. Diagrama de bloques del sistema de control modelado en SIMULINK- MATLAB



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

La figura N°11 nos muestra que cumple el tiempo de estabilidad, pero no así su sobre impulso; para este fin se sintoniza el controlador usando TUNE, hasta que logre el requerimiento (ver figura N°12).

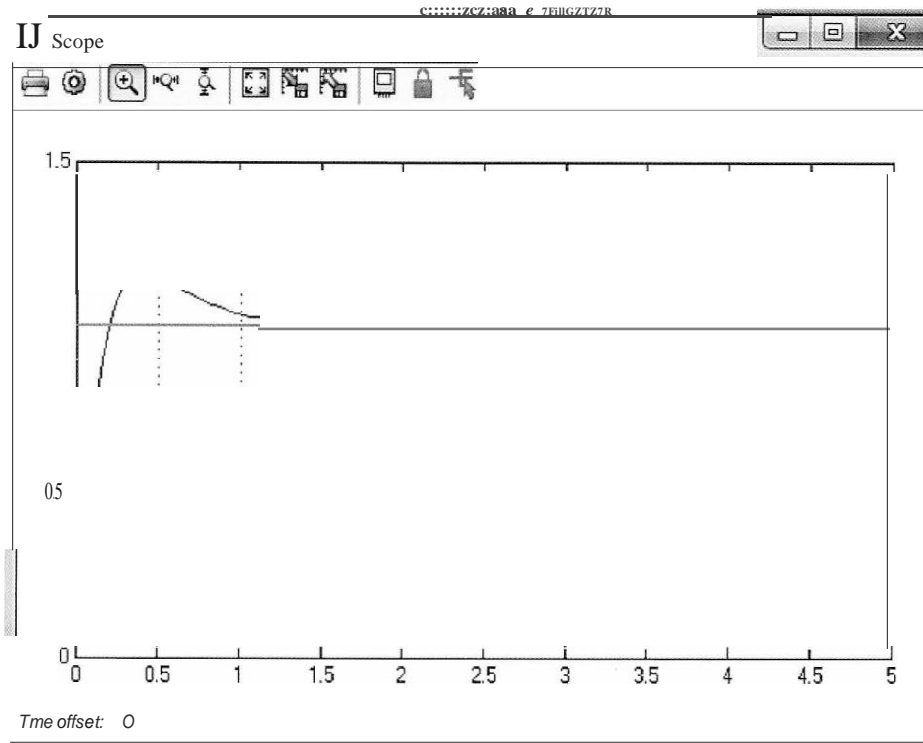
Figura N°11. Compensador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) que proporciona SIMULINK-MATLAB



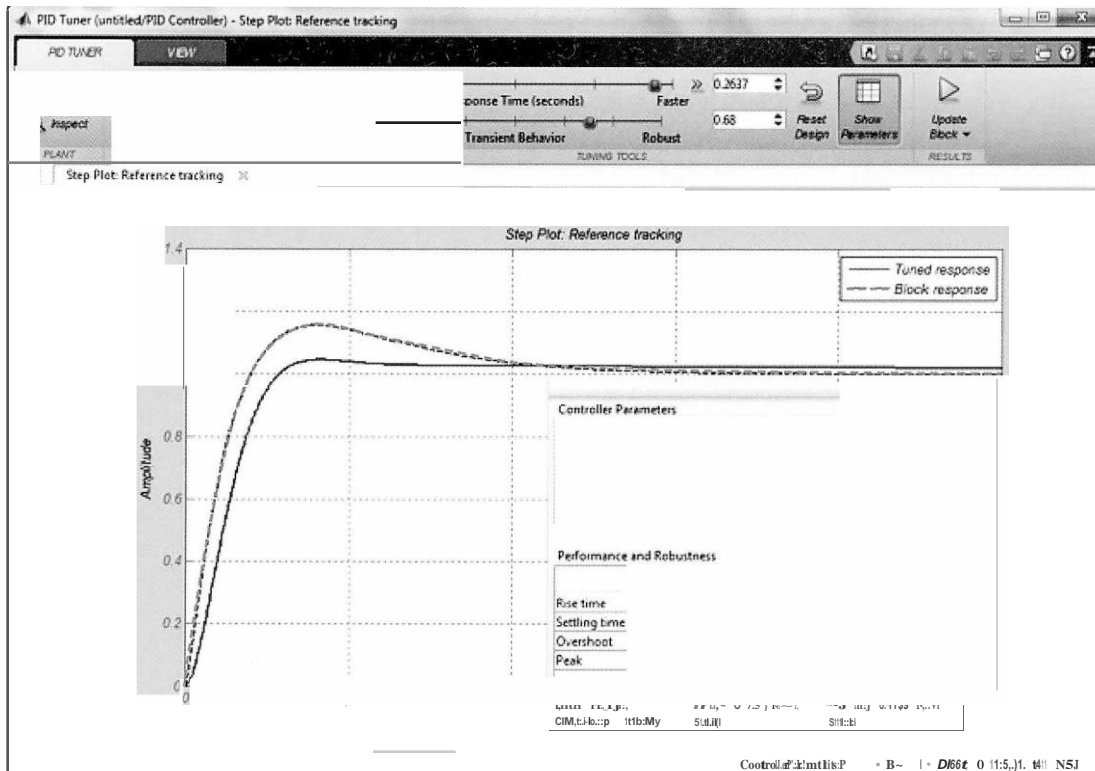
Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017



Figura 12. Respuestadel sistema de control ante una entrada escalón unitario



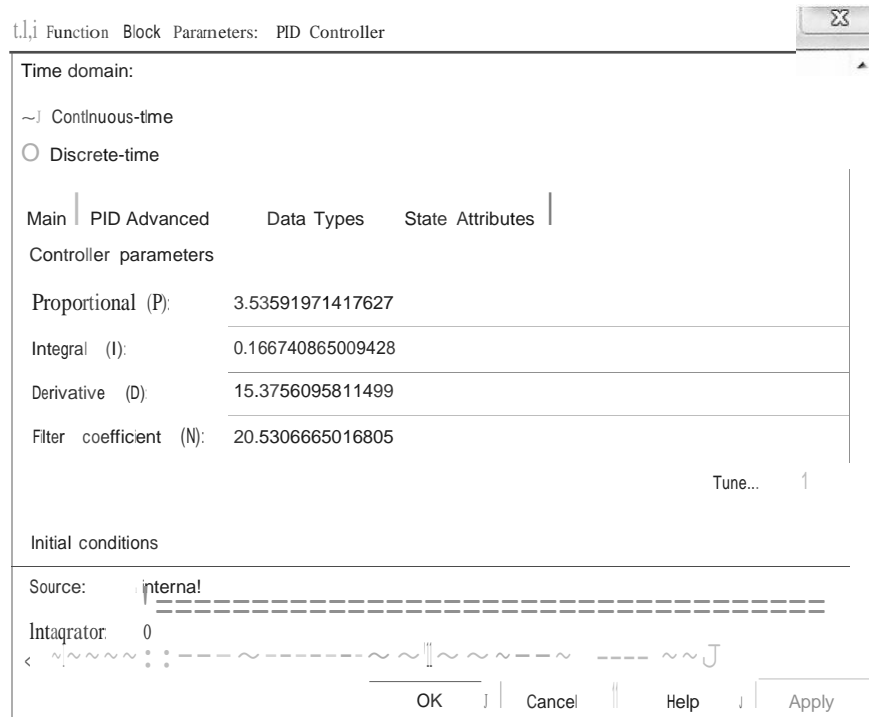
Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Figura N°13. Sintonización proporcionada por MATLAB-SIMULIK (los valores de la sintonización son:  $K_p=3.53$ ,  $K_i=0.17$ ,  $K_d=15.4$ )

Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

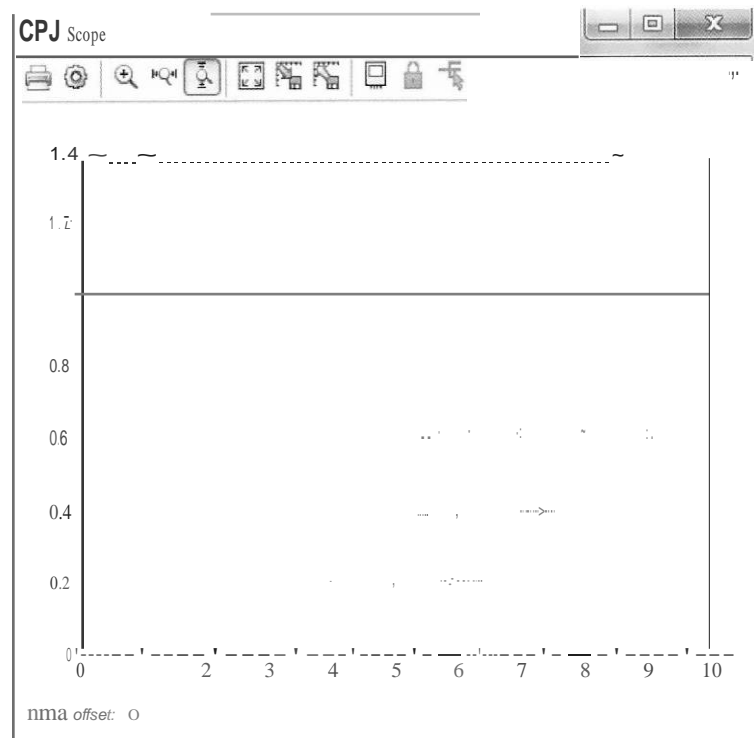
Reemplazando los valores de sintonización, mostrado en la figura N°14, y obteniendo la respuesta deseada (ver figura N°15) se obtiene:

Figura N°14. Valores sintonizados reemplazados en el compensador



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Figura N°15. Respuesta del sistema con los valores sintonizados



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

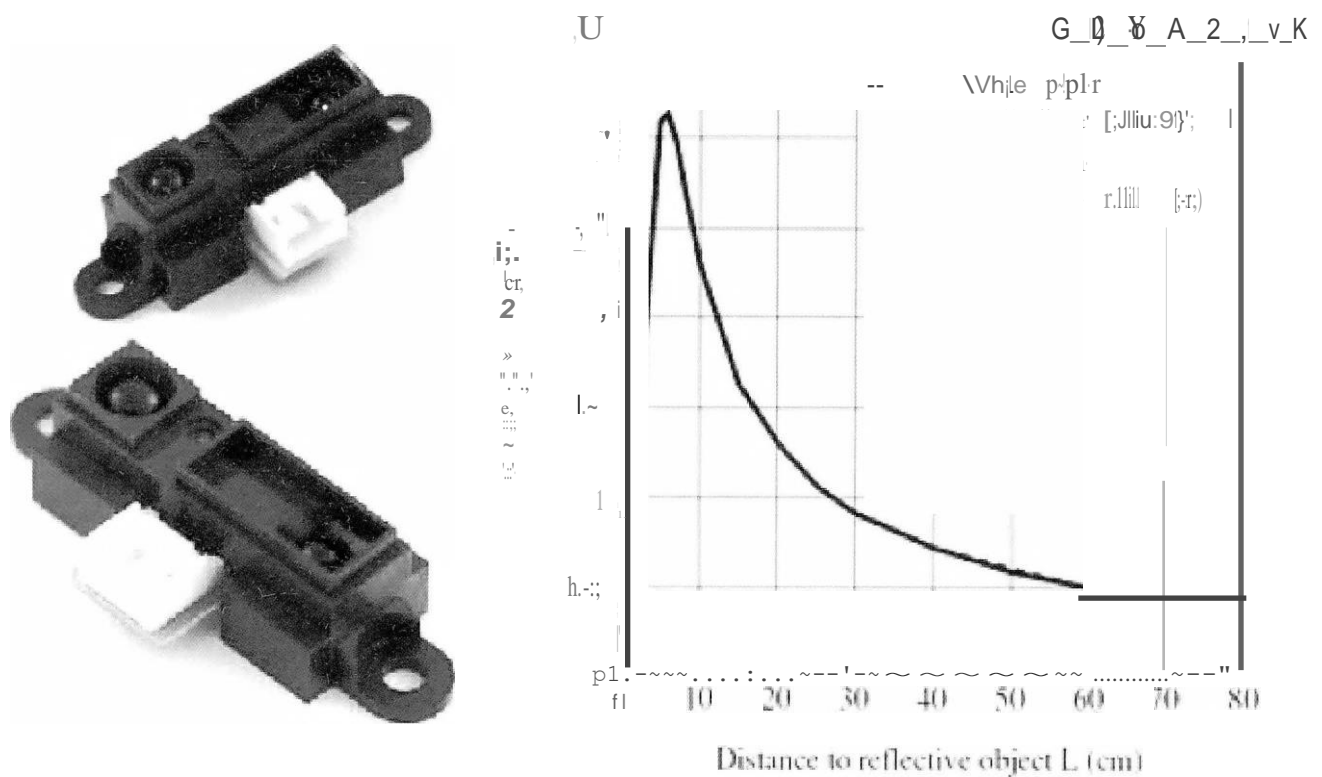
## Implementación

Para su implementación, se considera sensor de medición de distancia, actuador, sistema mecánico y el software implantado en el microcontrolador.

### a. Sensor de distancia

Se usa el sensor de infrarrojo Sharp GP2Y0A2 como sensor de posición (ver figura N°16). La relación de voltaje y distancia no es lineal, se recurre a la tabulación de la distancia con su respectivo ADC (Valor digital equivalente de una señal analógica), según se muestra la tabla N°1.

Figura N°16. Izquierda: Sharp GP2Y0A2



Fuente: [http://www.datasheetlib.com/datasheet/181757/gp2y0a21yk\\_sharp-electronics.htm#datasheet](http://www.datasheetlib.com/datasheet/181757/gp2y0a21yk_sharp-electronics.htm#datasheet), diciembre 2017

Los datos de la tabla N°1 son introducidos en el código implementado en la placa Arduino. De tal forma que la lectura ADC del microcontrolador es comparada con esta tabla para asignarle un valor de distancia, consiguiendo así un error de medición de 1 cm aproximadamente.

Tabla N<sup>o</sup>. Datos de medición: Distancia, voltaje y ADC equivalente

Distancia (cm)	Voltaje (V)	ADC	Distancia (cm)	Voltaje (V)	ADC
5	3.16	647	25	0.97	198
6	3.12	638	26	0.95	194
7	2.88	589	27	0.91	186
8	2.71	554	28	0.88	180
9	2.43	497	29	0.87	178
10	2.24	458	30	0.85	174
11	2.05	419	31	0.84	172
12	1.9	389	32	0.82	168
13	1.74	356	33	0.8	164
14	1.57	321	34	0.78	160
15	1.52	311	35	0.62	127
16	1.39	284	36	0.6	123
17	1.35	276	37	0.58	119
18	1.28	262	38	0.56	115
19	1.26	258	39	0.54	110
20	1.22	250	40	0.52	106
21	1.18	241	41	0.5	102
22	1.11	227	42	0.48	98
23	1.08	221	43	0.2	41
24	1.03	211			

Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

**b. Actuador**

Como actuador, se usa el servomotor Tower Pro MG995 mostrado en la figura N<sup>o</sup> 7.

Figura N<sup>o</sup> 7. Servomotor MG995



Fuente: [http://www.electronicoscaldas.com/datasheet/MG995\\_Tower-Pro.pdf](http://www.electronicoscaldas.com/datasheet/MG995_Tower-Pro.pdf), diciembre 2017

Debido a la demora que tiene el actuador con respecto a la llegada al valor de ángulo deseado (cuando es mayor a 60°), se discretiza los ángulos según la tabla N°2, permitiendo una pronta respuesta en su accionar.

Tabla N°2. Ángulos discretizados para mejorar la respuesta

Ángulo (°) : 0 / 30 / 60 / 90 / 100 / 120 / 150 / 180

Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

El ángulo máximo de inclinación de la viga en el sistema implementado es aproximadamente 5,8°; verificando si este ángulo es suficiente para el inicio de movimiento de la esfera sobre la viga, se procede al cálculo de ángulo mínimo de inclinación, ecuación (19). La superficie de la viga es recubierta de cinta adhesiva de poliéster, por lo tanto, su coeficiente de fricción estática es de 0,025 (ver figura N°18).

Figura N°18. Tabla de coeficiente de fricción estática

Material	Static Coefficient of Friction at 23°C				
	Avg	S/	St/L3	He	
Polyeth yten«, (M:J)	0.18	0.018	0.066	0.050	0.186
Potyethylene, (M4)	0.19	0.027	0.135	0.077	0.383
Polyester, (M1)	0.20	0.009	0.037	0.025	0.104
Polyester, (A12')	0.70	0.066	0.094	0.186	0.265

Fuente: Standard Test Method for Static and Kinetic Coefficients of Friction of Plastic Film and Sheeting en <http://psatape.eom.tw/astm/d1894.pdf>, diciembre 2017

Con este valor se calcula el ángulo mínimo de inclinación, usando la ecuación (19)

$$f3 = \tan^{-1}(G \cdot 0.025) = 5^\circ$$

Lo cual es menor al ángulo de inclinación máxima de la viga.

$$5^\circ < 5.8^\circ$$

### c. Software

Se usa el Arduino Uno como sistema de control (figura N°19), en donde se implementa el algoritmo PID:

$$PID = K_p * e(n) + K_i * e(n) + I_x + K_v * [e(n) - e(n - 1)]$$

Salida= Termino Proporcional+ Termino Integral+ Termino Diferencial



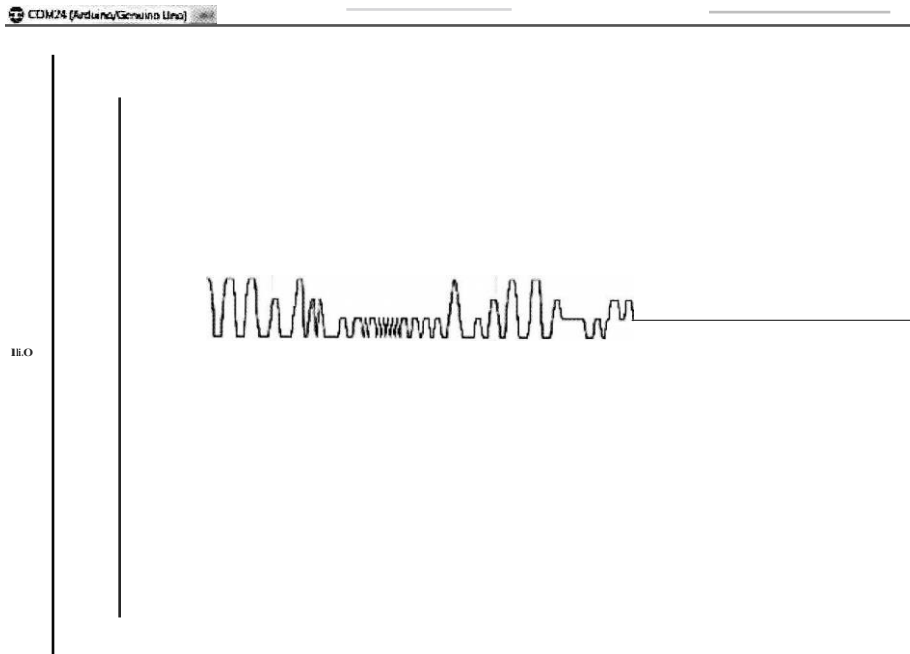


Se procede a la prueba, donde se obtienen las siguientes respuestas capturadas por el IDE Arduino - Serial Plotter, mostrados en las figuras N°21, 22 y 23.

#### d. Sistema mecánico

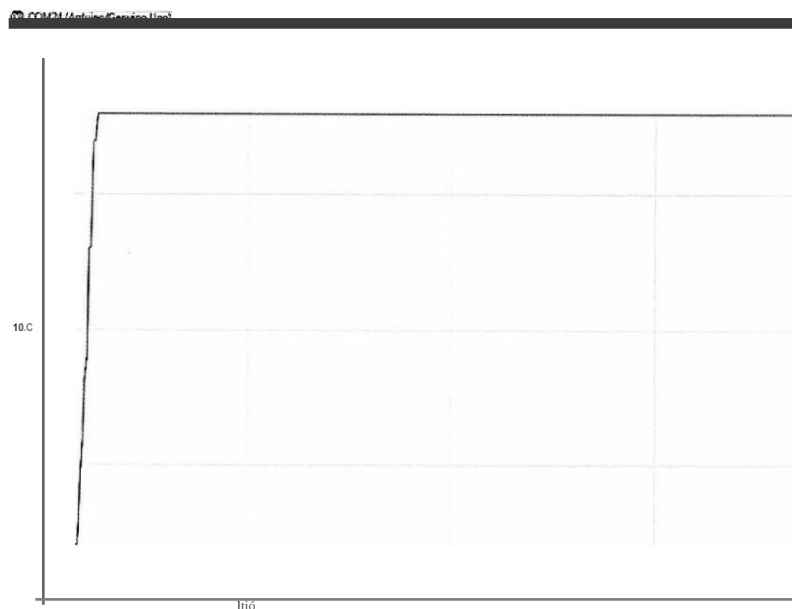
Las piezas del sistema mecánico fueron diseñadas e implementadas con la impresora 30, proporcionada por la Facultad de Informática y Electrónica de la Universidad Privada del Valle (ver figuras N°22, 23 y 24).

Figura N°21. Respuesta del sistema, tiempo de estabilidad de aproximadamente seis segundos



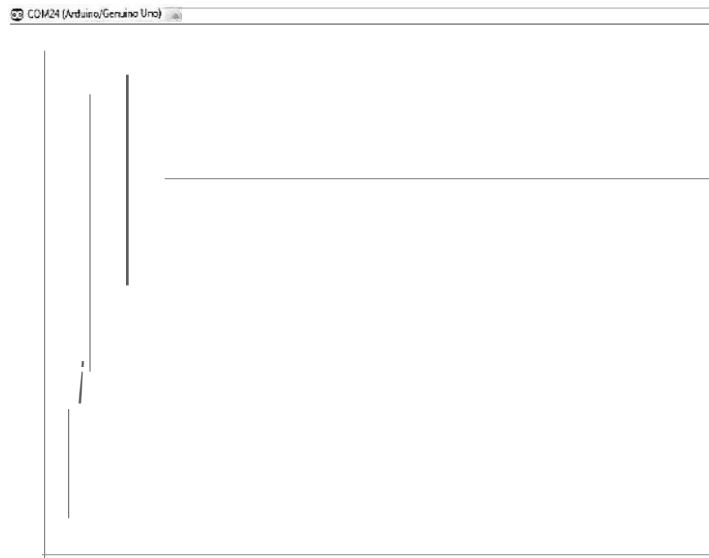
Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Figura N°22. Segunda respuesta del sistema, tiempo de respuesta de aproximadamente dos segundos sin presentar sobreimpulso



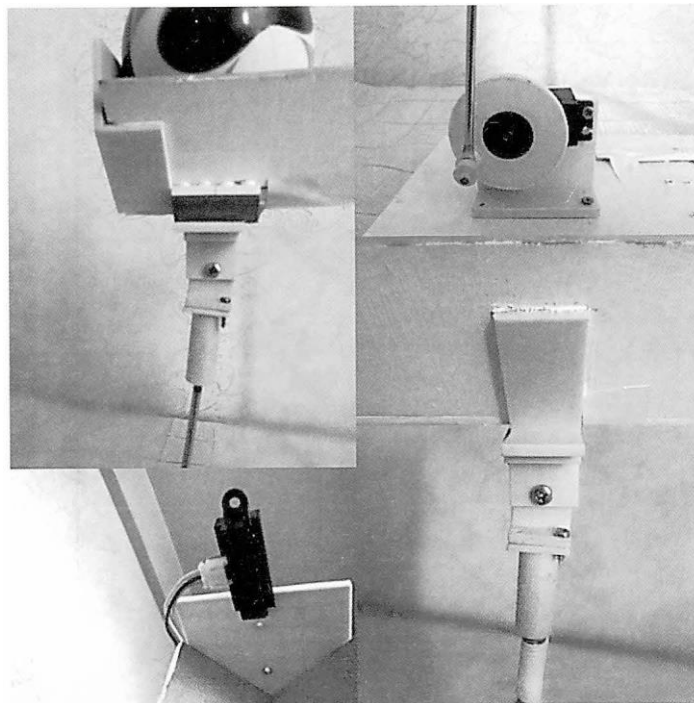
Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Figura N°23. Tercera respuesta del sistema con tiempo de estabilidad de aproximadamente cuatro segundos



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Figura N°24. Piezas diseñadas e implementadas en la impresora 3D



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

## CONCLUSIONES

El modelo matemático calculado en el proceso cumple un papel fundamental en el diseño del compensador; con esto se puede predecir el comportamiento del sistema para adecuarlo a nuestro requerimiento.

El sensor cumple una gran importancia en el diseño de un sistema de control; una falla en el sensor causa una inestabilidad en el sistema, pues particularmente el sensor infrarrojo usado necesita un filtro analógico y digital para disminuir a un mínimo los picos presentados en su lectura.

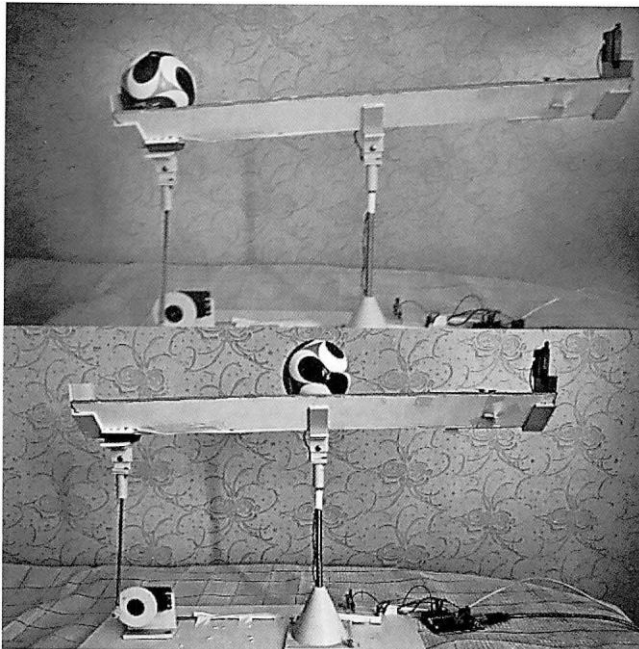
En los resultados se muestra que la respuesta esperada es cercana a la real, esto gracias a las herramientas de sintonía proporcionadas por SIMULINK- MATLAB.

En la figura N°21 se muestra la respuesta en la primera prueba, presentando una sobreamortiguada con una ligera oscilación que es estabilizada en seis segundos.

En la figura N°22, que es la segunda prueba del sistema, su respuesta es críticamente amortiguado, sin presentar sobre impulso, con una estabilidad cercana a los dos segundos de tiempo de estabilidad.

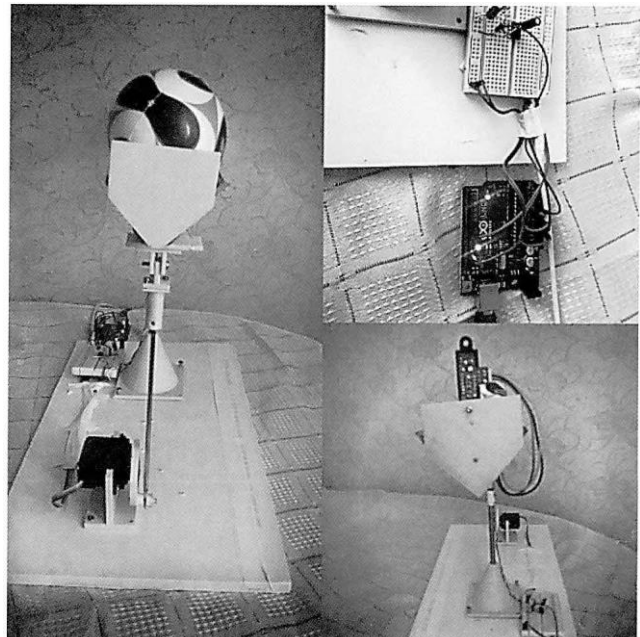
En la figura N°23, siendo la tercera prueba presenta una respuesta sobre amortiguada, con una oscilación corta, mostrando una respuesta cercana a los cuatro segundos.

Figura N°25. Elementos usados en la implementación del Sistema Viga-esfera



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

Figura N°26. Vistas panorámicas del sistema en funcionamiento



Fuente: Elaboración propia, diciembre 2017

## Reconocimientos

Un particular agradecimiento a los estudiantes de la asignatura de Sistema de Control 1: Miguel Espinoza, Gerson Uriona y Fernando Mercado, quienes se encargaron del diseño e implementación del sistema mecánico del sistema, usando la impresora 3D (figuras N°24, 25 y26).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Young, H. y Freedman R. (2009) Física Universitaria Volumen I. (12va ed.) México: Pearson Educación.
- (2) KUO, B. y Golnaraghi F. (2010). Automatic Control Systems. (9na ed). Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc.  
<https://doi.org/10.1109/MCAS.2010.936282>
- (3) Dorf, R. y Bishop R. (2011). Modern Control Systems. (12va ed.). Estados Unidos: Prentice Hall.
- (4) Torrente, O. (2013). Arduino. Curso práctico de formación. (1era edición). México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

**Fuentes de financiamiento:** Esta investigación fue financiada con fondos de los autores. **Declaración de conflicto de intereses:** Los autores declaran que no tiene ningún conflicto de interés.

Copyright (c) 2018 Elías Prudencio Chavez Jaldín



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

**Atribución:** Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumendelicencia](#) - [Textocompletodelalicencia](#)