

## Artículo Científico

**Control por modos deslizantes para el control de posición de un sistema de levitación magnética****Sliding mode Control to position control of Magnetic Levitation System**

Raúl Roque Yujra 1.  
Francisco J. Triveño Vargas 2.

1. Ingeniero Electrónico. Santa Cruz. Bolivia. Raul\_roque\_y@hotmail.com
2. Docente Invitado. Universidad del Valle, Cochabamba. trivenoj@yahoo.com.br

**RESUMEN**

Este artículo propone una ley de control para un sistema de levitación magnética, utilizando la técnica de modos deslizantes basada en geometría diferencial. El propósito del diseño de este controlador es la regulación de la posición de la esfera. A esta ley de control se incluye un estimador de velocidad tipo observador de estados, esto con el fin de tener la presencia de todos los estados del sistema, cumpliendo el requisito de la presencia del estado completo. Se muestra resultados de evaluación de la validez de la ley de control diseñada para el sistema de levitación magnética a través de la ejecución de varias simulaciones.

**Palabras clave:** Chattering. Control por modos deslizantes. Estimador de estados. Sistema de Levitación Magnética.

**ABSTRACT**

This article proposes a control law for a magnetic levitation system using the sliding modes technique based on differential geometry. The purpose of this controller design is the regulation of the sphere position. This control law includes a state observer-type speed estimator, this in order to have the presence of all the states of the system, fulfilling the presence requirement of the complete state. Results of evaluation of the control validity law designed for the magnetic levitation system are shown through the execution of several simulations.

**Keywords:** Chattering. Control by sliding modes. Magnetic Levitation System. State estimator.

**INTRODUCCIÓN**

Hasta la fecha se han presentado diferentes leyes de control avanzadas abarcando el sistema de levitación magnética (Barie y Chiasson, 1996; Gentili y Marconi, 2000; Joo y Jin, 1997; Yang y Minashima, 2001); estos y otros resultados se han mostrado bastante interesantes, además de presentar algunos aspectos prácticos en su implementación.

Este artículo presenta una ley de control basada en la técnica de modos deslizante, basada en geometría diferencial, aplicada al sistema de levitación magnética, una ley similar se encuentra en Muthairi y Zibri (2004); a diferencia de esta, en este trabajo se propone un estimador de estado para la velocidad de la esfera, con el fin de cumplir con los requerimientos para la presencia de todos los estados en la ley de control propuesta a la hora de la implementación práctica.

Por otro lado, se realizará el estudio del fenómeno de chattering, la eliminación de dicho fenómeno y la determinación de la capa límite, técnica propuesta por Utkin et al. (1999), y utilizada en este artículo en contraposición al trabajo presentado por Muthairi y Zibri (2004), donde el chattering es reducido utilizando un controlador por modos deslizantes dinámico.

El trabajo tiene la siguiente organización: se desarrolla el modelo matemático del sistema de levitación magnética y su representación en el espacio de estados y uso de valores de parámetros del sistema. Se presenta el diseño de la ley de control por modos deslizantes, basado en técnicas de geometría diferencial de forma general; también se incluye el estudio de la técnica de eliminación del fenómeno de chattering y se realiza la síntesis de una ley de control basada en modos deslizantes para el sistema de levitación magnética, con el objetivo de cumplir requerimientos de regulación para la posición de la esfera.

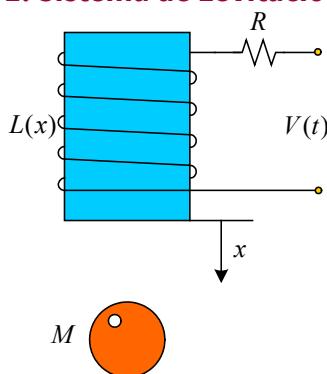
La ley de control se basa en el esquema formulado por Llanes (1994). Se propone un observador de orden reducido no lineal para estimar la velocidad de la esfera. Se determina el ancho de la capa límite. En la sección de resultados se presentan simulaciones para diferentes condiciones con el fin de cumplir los objetivos deseados. Finalmente, se presentan algunas conclusiones y recomendaciones.

**METODOLOGÍA**

**1. Sistema de levitación magnética**

El sistema de Levitación Magnética ilustrado en la Figura 1, que consiste en suspender la esfera en el aire a una posición deseada mediante una fuerza electromagnética producida por un electroimán.

**Figura 1. Sistema de Levitación Magnética**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

La esfera tiene una masa  $M$ , el electroimán tiene una resistencia  $R$  y una inductancia  $L(x)$  varía según la posición de la esfera, la entrada al sistema se

define como un voltaje aplicado al electroimán y la salida es la posición de la esfera. La inductancia es modelada en la ecuación (1):

$$L(x) = L_0 + \frac{a}{b+x} \quad (1)$$

donde  $L_0$ ,  $a$  y  $b$  son constantes positivas.

A partir de las leyes de Newton y las leyes de Kirchoff, la representación matemática del sistema tiene la forma de las ecuaciones (2) y (3):

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = Mg - \frac{a i^2}{2(b+x)^2} \quad (2)$$

$$L(x) \frac{di}{dt} + Ri - \frac{ai}{(b+x)^2} \frac{dx}{dt} = V_i \quad (3)$$

La representación en variables de estado de las ecuaciones (2) y (3) se establece considerando los siguientes estados a:  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$  y  $x_3 = i$  la entrada  $u = V_i$  y finalmente la salida  $y = x$ ;

de esta forma la representación obtenida es mediante las ecuaciones (4) y (5):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{x_2^2}{2M(x_1 + b)^2} \\ \frac{1}{L(x_1)} \left( -Rx_3 + \frac{ax_2x_3}{(b+x_1)^2} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{x_1 + b}{a + L_0(x_1 + b)} \end{bmatrix} u ; (4)$$

$$y = x_1 ; (5)$$

Es rápidamente verificado que el sistema es no lineal e inestable. Estas características permiten que este sistema sea muy estudiado por la comunidad científica mundial. Los parámetros

y constantes del sistema fueron adoptados del trabajo de Joo y Jin (1997), son presentados en la Tabla 1.

**Tabla 1. Parámetros del Sistema de Levitación Magnética**

Variable	Símbolo	Valor
Masa de la Esfera	$M$	0,54
Aceleración de la gravedad	$g$	9,81
Resistencia de la Bobina	$R$	11,58
Inductancia de la Bobina	$L_0$	0,852
Constante 1	$a$	0,001599
Constante 2	$b$	0,00789

Fuente: Joo y Jin. 1997.

## 2. Control por modos deslizantes de sistemas no lineales basado en geometría diferencial

El sistema no lineal SISO de la forma de las ecuaciones (6) y (7):

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u ; (6)$$

$$y = h(x) ; (7)$$

Donde  $x \in R^n$  es el vector de estados,  $u \in R$  la variable de entrada y  $y \in R$  la salida, además las funciones  $f(x)$ ,  $g(x)$ , son campos vectoriales suaves.

Sea la expresión (8) obtenida del sistema (6) y (7) utilizando herramientas de geometría diferencial como en Sastry (1999):

$$\begin{aligned} \dot{y} &= L_f h(x) + u L_g h(x) \\ \ddot{y} &= L_f^2 h(x) + u L_g L_f h(x) \\ &\vdots \\ y^{(r-1)} &= L_f^{r-1} h(x) + u L_g L_f^{r-2} h(x) \\ y^{(r)} &= L_f^r h(x) + u L_g L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} ; (8)$$

Cumpliendo las condiciones siguientes:

$$L_g h(x) = 0, L_g L_f h(x) = 0, L_g L_f^{r-2} h(x) = 0 \text{ y } L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$$

Se obtiene el sistema (9):

$$\begin{aligned} \dot{y} &= L_f h(x) \\ \ddot{y} &= L_f^2 h(x) \\ &\vdots \\ y^{(r-1)} &= L_f^{r-1} h(x) \\ y^{(r)} &= L_f^r h(x) + u L_g L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} ; (9)$$

Y se dice que el sistema tiene grado relativo  $r$  y ahí existe una transformación difeomórfica, (Khalil, 2002), dando la ecuación (10):

$$z = \varphi(x) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) & L_f h(x) & \dots & L_f^{r-1} h(x) \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

De modo que hace que el sistema en (6) y (7) en las nuevas coordenadas de (10) tenga forma canónica controlable, ecuación (11) (Isidori, 1995; Llanes, 1994):

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 = L_f h(x) \\ \dot{z}_2 &= z_3 = L_f^2 h(x) \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r = L_f^{r-1} h(x) \\ \dot{z}_r &= \tilde{f}(z) + u \tilde{g}(z) = L_f^r h(x) + u L_g L_f^{r-1} h(x) \end{aligned} ; (11)$$

Ahora, definiendo una superficie deslizante tal como propuesta en (Llanes, 1994), se tiene la ecuación (12):

$$\sigma(z) = z_r + \alpha_1 z_{r-1} + \dots + \alpha_{r-2} z_2 + \alpha_{r-1} z_1 ; (12)$$

Lo que es igual, considerando las derivadas de la salida, ecuación (13):

$$\sigma(z) = y^{(r-1)} + \alpha_1 y^{(r-2)} + \dots + \alpha_{r-2} \dot{y} + \alpha_{r-1} y ; (13)$$

Tal que cuando  $\sigma(x) = 0$  se obtenga una dinámica de la salida, ecuación (14):

$$y^{(r-1)} + \alpha_1 y^{(r-2)} + \dots + \alpha_{r-2} \dot{y} + \alpha_{r-1} y = 0; \quad (14)$$

Esta última representa a un sistema lineal cuyo comportamiento está determinado por los valores de los coeficientes  $\alpha_i$ ,  $i=1, 2, \dots, r-1$ . Por lo tanto, se debe escoger los coeficientes de manera tal que el polinomio obtenido sea Hurwitz (Llanes, 1994). Con la selección adecuada de dichos coeficientes se logra en vista de (8) que se cumple, ecuación (15):

$$y = h(x) \rightarrow 0; \quad \dot{y} = L_f h(x) \rightarrow 0; \quad \dots \quad y^{(r-1)} = L_f^{r-1} h(x) \rightarrow 0; \quad (15)$$

Es necesario indicar que la superficie deslizante (12) puede ser utilizada tanto para cumplir objetivos de regulación y sin pérdida de generalidad para seguimiento de trayectoria.

Imponiendo a la superficie, una dinámica discontinua del tipo, ecuaciones (16) y (17):

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\eta \text{sign}(\sigma); \quad (16)$$

Donde

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} 1 & \sigma(x) > 0 \\ 0 & \sigma(x) = 0 \\ -1 & \sigma(x) < 0 \end{cases}; \quad (17)$$

derivando la expresión (13) e igualando con (16) y utilizando el desarrollo en (8), se obtiene la ecuación (18):

$$L_f^r h(x) + u L_g L_f^{r-1} h(x) + \alpha_{r-1} L_f^{r-1} h(x) + \dots + \alpha_1 L_f h(x) = -\eta \text{sign}(\sigma); \quad (18)$$

A partir de la cual, la siguiente ley de control es obtenida, ecuación (19):

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \left[ -\eta \text{sign}(\sigma) - L_f^r h(x) - \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i L_f^{r-i} h(x) \right]; \quad (19)$$

Es claro que para la existencia de esta última se debe cumplir con por lo menos de forma local. Esta ley de control diseñada permitirá regular la posición de la esfera y sin pérdida de generalidad el seguimiento de trayectoria.

La ley de control diseñada anteriormente hace que la dinámica de deslizamiento sea independiente a perturbaciones en la entrada o variaciones en los parámetros del sistema, siempre y cuando se cumpla la condición de acoplamiento (invarianza) (Sastry, 1999; Llanes, 1994).

Debido a la conmutación existente alrededor de la superficie de deslizamiento, los controladores por modos deslizantes presentan el fenómeno de chattering, el cual es indeseable y se hace necesario eliminarlo o reducirlo. Para ello se

utilizará el método propuesto por Slotine y Li (1991) y Kackroo y Tomizuka (1996) denominado capa límite.

### 3. Eliminación del fenómeno de chattering

El método de la Capa Límite indica que se debe establecer una capa límite o capa frontera alrededor de la superficie deslizante, dentro de la cual se interpola la señal de control, con lo que se produce una aproximación continua de la misma, según se detalla por diversos autores (Slotine y Li, 1991; Cirera, 2000).

El ancho de la capa límite está íntimamente relacionado con los retrasos de tiempo finito en los actuadores, tiempo de procesamiento en implementaciones digitales. Se define entonces la capa límite como la ecuación (20):

$$\Omega(t) = \{x \mid |\sigma(x)| \leq \Phi\}; \quad (20)$$

donde  $\Phi$  es el espesor de la capa límite, en otras palabras, fuera de  $\Omega(t)$ , se escoge la ley de control propuesta en (20), la misma garantiza que esa vecindad es una zona de atracción, entonces: todas las trayectorias dentro de  $\Omega(t)$  se mantiene allí durante todo tiempo posterior al alcance de

la superficie deslizante. Dentro de la vecindad, la acción de control es interpolada.

Finalmente, la nueva ley de control propuesta para reducir el chattering es la ecuación (21), con condiciones dadas por (22):

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \left[ -\eta \text{sat}(\sigma(x)) - L_f^r h(x) - \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i L_f^{r-i} h(x) \right]; \quad (21)$$

donde:

$$\text{sat}(\sigma(x)) = \begin{cases} \text{sign}(\sigma(x)) & |\sigma(x)| > \Phi \\ \frac{\sigma(x)}{\Phi} & \text{en otro caso} \end{cases}; \quad (22)$$

El efecto de aproximar en forma continua el elemento discontinuo puede ser interpretado como la aplicación de un filtro pasa bajos a la dinámica de la superficie deslizante  $\sigma(x)$ . Claro está que se tendrá una degradación en el control; sin embargo, sigue siendo válido al pensar que, a este costo, se tiene una mayor robustez propia de los controladores por modos deslizantes (Kackroo y Tomizuka, 1996; Slotine y Li, 1991).

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se realiza el diseño de una ley de control para el sistema de levitación magnética para ubicar la esfera en una posición deseada (regulación). Sea la representación del sistema dado en (4) y (5), entonces se define ahora que la salida será el error entre la posición deseada y la posición actual de la esfera, ecuación (23):

$$y = h(x) = x_1 - X_d \quad (23)$$

Entonces, a partir de (8) se determinan las derivadas de Lie, y se obtienen las ecuaciones (24), (25) y (26).

$$\dot{y} = L_f h(x) = x_2 \quad (24)$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) = g - \frac{ax_3^2}{2M(x_1 + b)^2} \quad (25)$$

$$\ddot{\ddot{y}} = L_f^3 h(x) + u L_g L_f^2 h(x) \quad (26)$$

ya que, para este sistema se cumple que  $L_f^3 h(x)$  y  $L_g L_f^2 h(x)$ , entonces se determinan los términos  $L_g h(x) = 0$ ,  $L_g L_f h(x) = 0$  y , y con las ecuaciones (24) y (25) se tienen las expresiones (27) y (28):

$$L_f^3 h(x) = \frac{ax_3^2}{M(x_1 + b)} \left[ \frac{R}{a + L_0(x_1 + b)} + \frac{x_2}{(x_1 + b)^2} - \frac{ax_2}{(x_1 + b)^2 [a + L_0(x_1 + b)]} \right] \quad (27)$$

$$L_g L_f^2 h(x) = -\frac{ax_3}{M(x_1 + b) [a + L_0(x_1 + b)]} \quad (28)$$

El sistema tiene grado relativo tres,  $r = 3$  y la transformación difeomórfica en vista de (10) es dada por (29), (30) y (31):

$$z_1 = h(x) = x_1 - X_d \quad (29)$$

$$z_2 = L_f h(x) = x_2 \quad (30)$$

$$z_3 = L_f^2 h(x) = g - \frac{ax^2}{2M(x_1 + b)^2} \quad (31)$$

Con lo cual el sistema tendrá la forma de (11) utilizando dicha transformación, ecuación (32):

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \tilde{f}(z) + u\tilde{g}(z) \end{bmatrix}; \quad (32)$$

Definiendo ahora la superficie deslizante para regulación de la posición de la esfera considerando (12), se tiene la ecuación (33)

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= \dot{y} + 2\zeta\omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y \\ &= z_3 + 2\zeta\omega_n z_2 + \omega_n^2 z_1 \\ &= g - \frac{ax^2}{2M(x_1 + b)^2} + 2\zeta\omega_n x_2 + \omega_n^2 (x_1 - X_d) \end{aligned} \quad (33)$$

los valores de  $\zeta$  y  $\omega_n$  son los coeficientes de amortiguamiento y frecuencia natural respectivamente del polinomio característico, ecuación (34):

$$P(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (34)$$

La ley de control para este caso queda definida por la ecuación (35):

$$u = \frac{1}{L_g L_f^2 h(x)} \left[ -\eta \text{sign}(\sigma(x)) - L_f^3 h(x) - 2\zeta\omega_n L_f^2 h(x) - \omega_n^2 L_f h(x) \right] \quad (35)$$

Por otro lado, para seguimiento de trayectoria la superficie deslizante estará dada por la ecuación (36):

$$\sigma(x) = (\dot{y} - \dot{y}_d) + 2\zeta\omega_n (\dot{y} - \dot{y}_d) + \omega_n^2 (y - y_d) \quad (36)$$

y la ley de control se sintetiza como (37):

$$u = \frac{1}{L_g L_f^2 h(x)} \left[ -\eta \text{sign}(\sigma(x)) - L_f^3 h(x) - 2\zeta\omega_n L_f^2 h(x) - \omega_n^2 L_f h(x) + y^{(3)} + 2\zeta\omega_n \dot{y}_d + \omega_n^2 y_d \right] \quad (37)$$

La ley de control dada por (35) será implementada para la verificación de su desempeño.

### a) Observador No lineal de orden reducido

La ley de control por modos deslizantes requiere la realimentación completa de estados; sin embargo, en la práctica para este sistema en

estudio, solo dos variables son medibles: la posición y la corriente; por lo tanto, la velocidad de la esfera debe ser estimada.

Es posible estimar la velocidad mediante diferenciación numérica, tal como lo indica (Yang y Minashima, 2001); sin embargo, este método

amplifica cualquier perturbación tal como ruido presente en la medida de la posición. Es posible resolver el problema encajando un filtro, pero este introduce retardo en la estimación, lo cual podría degradar el desempeño del controlador. Para salvar estas dificultades se utiliza un observador

de velocidad no lineal de orden propuesto por Bariey y Chiasson (1996) y Sira-Ramírez et al. (2005). Del modelo del sistema (2), (3), (4) y (5) se define un sistema reducido dado por las ecuaciones (38) y (39):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g - \frac{0}{2M(x_1 + b)^2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

como la posición de la esfera  $x_1$  y la corriente en el electroimán dada por  $x_3$  son directamente medibles, entonces un observador de orden reducido no lineal es definido por (40) y (41):

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g - \frac{0}{2M(x_1 + b)^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} (y_1 - \hat{y}_1) \quad (40)$$

$$\hat{y}_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

luego el error de estimación para el observador es dado por la ecuación (42):

$$\dot{e} = [A - LC] e \quad (42)$$

donde

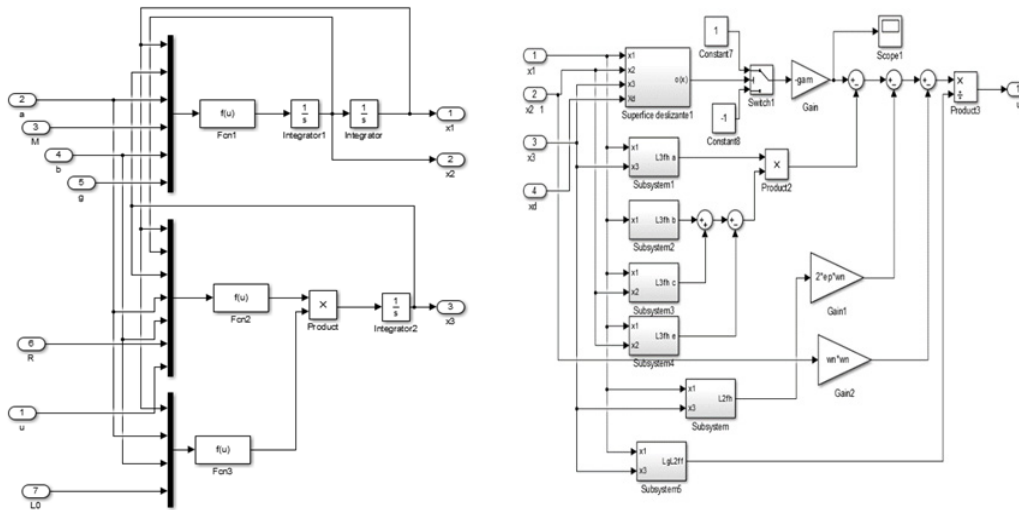
$$e = \begin{bmatrix} x_1 - \hat{x}_1 \\ x_2 - \hat{x}_2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix};$$

como el par  $(A, C)$  es observable entonces se elige la ubicación de los polos de  $(A - LC)$  para que la dinámica de estimación y de error sean más rápidos que la dinámica dominante del sistema de lazo cerrado. Se considera 5 veces del valor de los polos dominantes de sistema original.

La ley de control (35) diseñada para cumplir objetivos de regulación de posición es implementada mediante software computacional MATLAB y Simulink (Figura 2).



**Figura 2. Diagrama de Simulación de Ley de Control**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

Para verificar el desempeño del controlador propuesto, se deben definir los valores de los parámetros de este. Para la superficie deslizante los valores de  $\xi$  y  $\omega_n$  son elegidos según el clásico

comportamiento de un sistema de segundo orden con máximo sobrepaso del 5% y tiempo de establecimiento de 0,5 (s), cumpliendo que sea Hurwitz (Tabla 2).

**Tabla 2. Parámetros del Sistema de Levitación Magnética**

Descripción	Símbolo	Valor
Coefficiente de Amortiguamiento	$\xi$	0,707
Coefficiente de oscilación	$\omega_n$	15
Ganancia deslizante	$\eta$	3

Fuente: Elaboración propia, 2020.

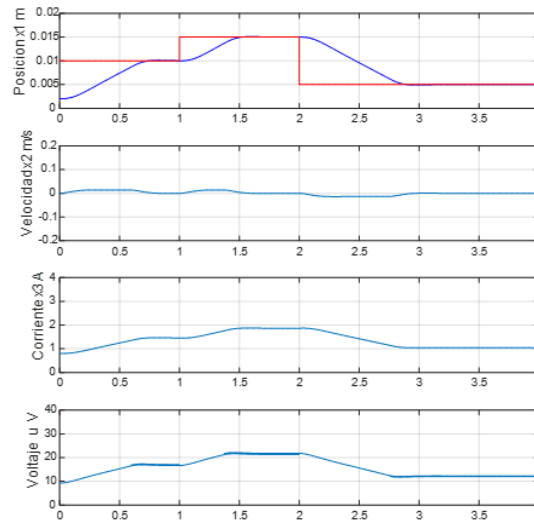
El estado inicial del sistema es  $X_S = [X_{1S} \quad X_{2S} \quad X_{3S}]^T = [0.003[m] \quad 0 \quad 0.7[A]]^T$  y  $U_S = 8.2[V]$

la posición deseada para verificar el desempeño de este controlador tiene 3 valores; para un tiempo menor a 1(s), la posición es de 0,01 [m], posteriormente cambia a 0,015[m] hasta 2[s] y finalmente pasa a 0,005 [m].

Como primer resultado se tiene la Figura 3, donde se observa claramente el cumplimiento del objetivo de regulación a la posición deseada. Sin embargo, se hace notar que la posición tiene un

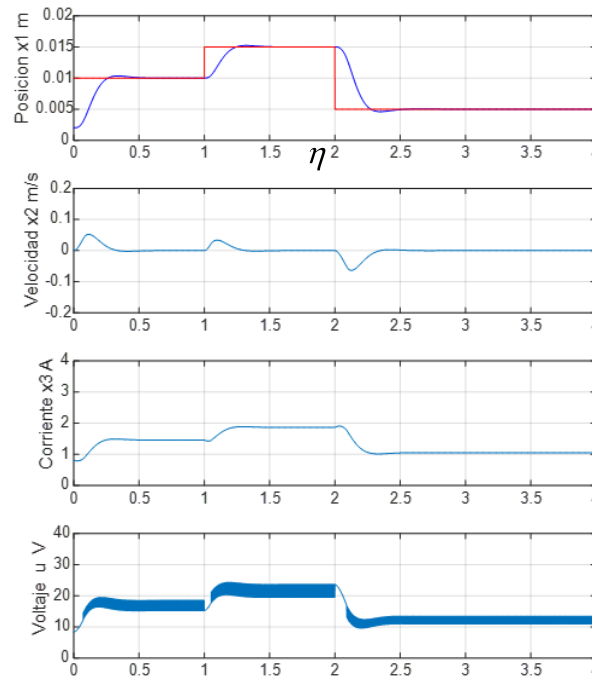
comportamiento creciente como una rampa hasta que llega a cada uno de los valores de posición deseada, en un tiempo no mayor a 1 s se cumple el objetivo de control de posición. Según el método de diseño, la ganancia deslizante  $\eta$  puede modificar la respuesta del sistema, entonces para mejorar la respuesta del sistema se elige  $\eta = 25$  el resultado de simulación se muestra en la Figura 4.

**Figura 3. Respuesta del SCMD para  $\eta=3$**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

**Figura 4. Respuesta del SCMD para  $\eta=25$**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

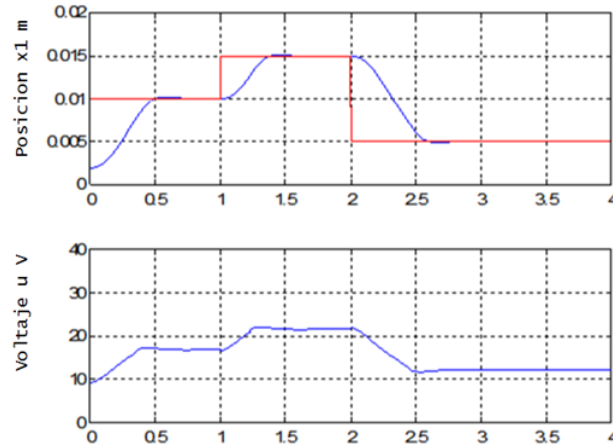
Ambas figuras muestran que la variable de control presenta fenómenos de chattering, este incrementa conforme el valor de  $\eta$  crece, se verifica que cuanto mayor es mejora el desempeño de la variable de posición llegando a ser nulo en menos de 0,5[s] después del cambio en la posición.

Como fue mencionado, el chattering es un fenómeno indeseable en la variable de control dado que ella involucra oscilaciones de muy alta frecuencia que pueden excitar dinámicas no modeladas del sistema en estudio. Esto en la práctica significa baja exactitud de control, grandes pérdidas por calor en los circuitos eléctricos de potencia y los problemas físicos en los dispositivos mecánicos. Según el método

existe una capa límite, que permite eliminar el chattering. El ancho de la capa límite se elige para este caso  $\Phi = 0.01$ .

La Figura 5 muestra el resultado de simulación para una delgada capa límite. La introducción de esta capa límite realmente ha eliminado el fenómeno de chattering en el voltaje.

**Figura 5. Respuesta del SCMD con eliminación de chattering**

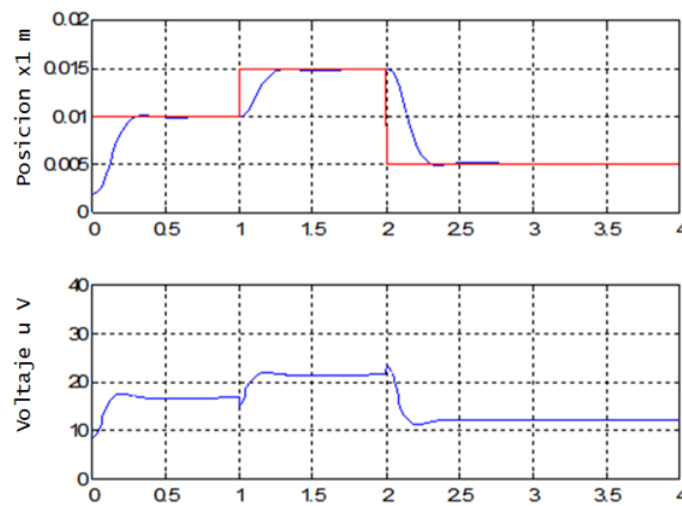


Fuente: Elaboración propia, 2020.

Las Figuras 6 y 7 ilustran el desempeño de la ley de control para  $\Phi = 0.1$  y  $\Phi = 0.5$ , y , donde se verifica el cumplimiento del objetivo de control de posición. La robustez de la técnica de control por modos deslizantes se basa justamente en la insensibilidad a variación de los parámetros del sistema; por ejemplo, se puede indicar que la medición de posición y corriente siempre

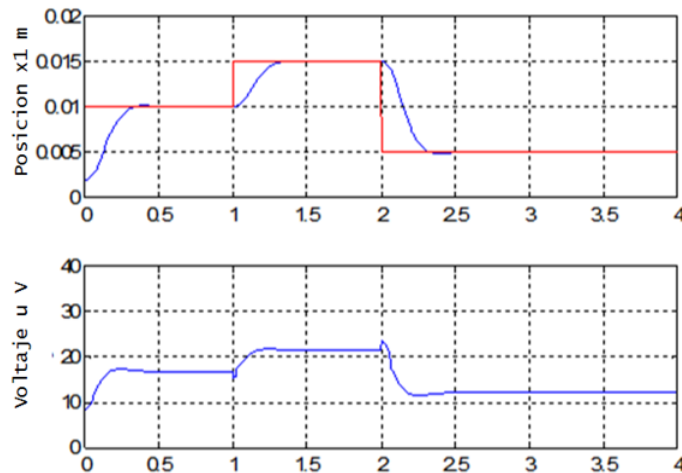
presentan ruido en la medición de la variable. Se verifica por simulación el efecto que tiene la inducción de ruido en la medición de posición de la esfera. El ruido para fines de simulación tiene amplitud de 0,00018 [m] y una frecuencia de 100[Hz] tal como lo indica Yang y Minashima (2001).

**Figura 6. SCMD con eliminación de chattering para  $\Phi = 0.01$ .**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

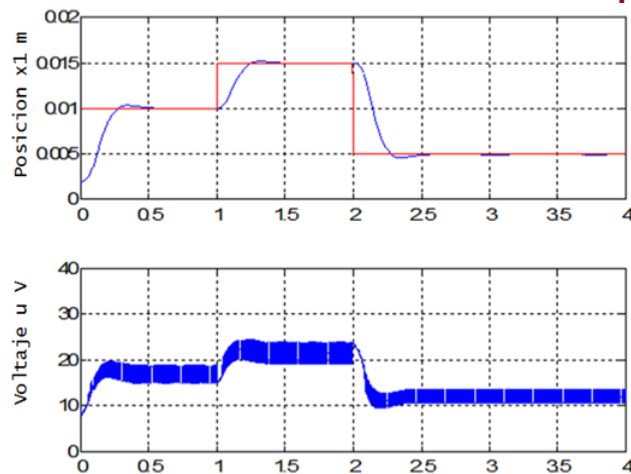
**Figura 7. SCMD con eliminación de chattering para  $\Phi = 0.5$**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

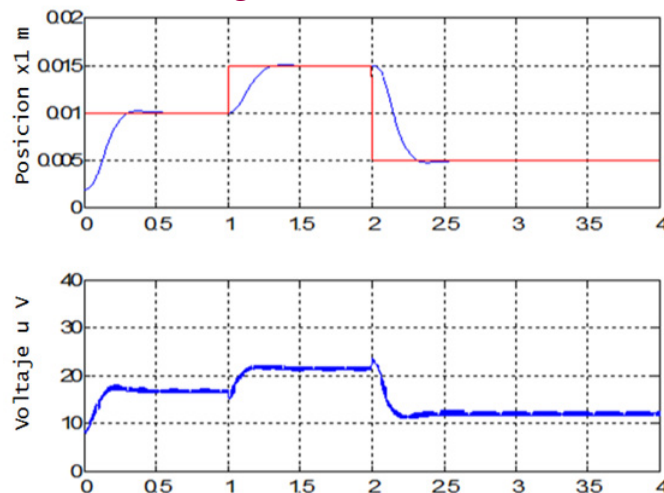
En la Figura 8 es verificada la presencia del fenómeno de chattering, esta vez por la inclusión del ruido; con el objetivo de reducir este fenómeno se incrementa el valor de la capa límite a  $\Phi = 0.5$ . La Figura 9 ilustra el problema de chattering reducido.

**Figura 8. Efectos de incluir ruido en la medición de posición**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

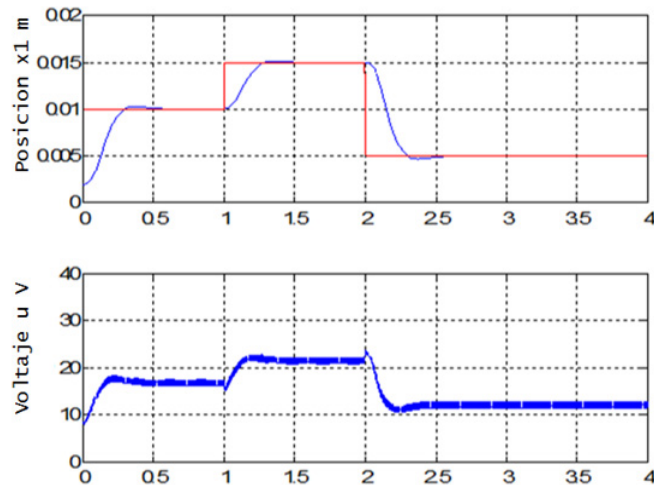
**Figura 9. SCMD para  $\Phi = 0.5$**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

Se debe tomar en cuenta que la idea de incrementar el valor de la capa frontera para este caso de estudio no es practicable, debido a que se en vez de reducir el chattering este se incrementa, tal como ilustrado en la Figura 10.

**Figura 10. SCMD para  $\Phi = 1$**

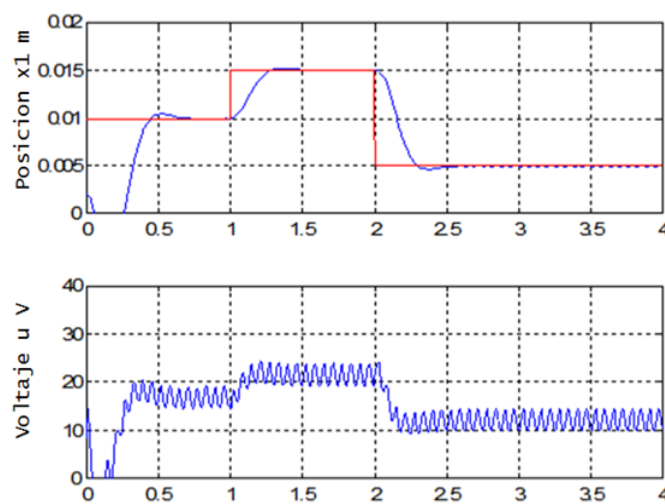


Fuente: Elaboración propia, 2020.

Se ha obtenido un buen desempeño, sin embargo, la presencia de los estados para calcular la ley de control se hace necesaria, se agrega un observador de estados para la velocidad de la esfera. Los valores para las ganancias del observador son  $l_1 = 145$  y  $l_2 = 5625$ , y , estos con el objetivo de garantizar que en el menor tiempo posible se

llegue a eliminar el error en la observación de la velocidad de la esfera. La Figura 11, presenta el resultado de dicho observador de orden reducido para la estimación de la velocidad, como se puede verificar su desempeño es óptimo y el objetivo de la regulación de la posición de la esfera es cumplido.

**Figura 11. Comportamiento del SCMD con observador reducido**

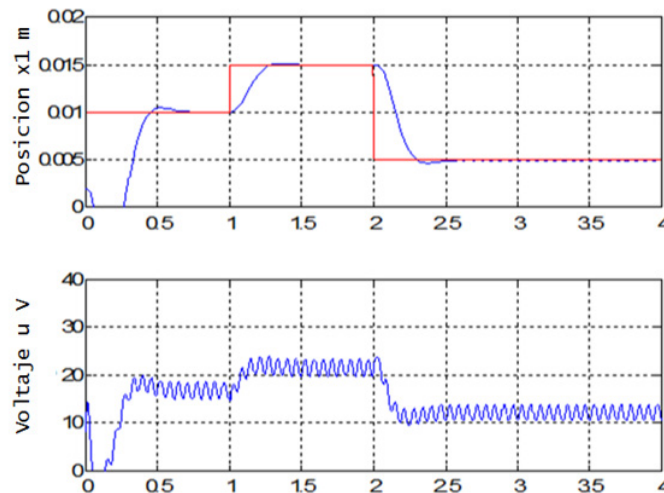


Fuente: Elaboración propia, 2020.

Por otro lado, el efecto del ruido en la medición de la posición se ha presentado en la Figura 8, se observa el efecto de incluir ruido en la medición de la corriente. Se define como amplitud del ruido

un valor igual a 0,01 [a] con una frecuencia de 100[Hz]. Los resultados de simulación aseguran que el comportamiento se mantiene (Figura 12).

**Figura 12. Desempeño del SCMD con observador y ruido en la medición de corriente**



Fuente: Elaboración propia, 2020.

### Conclusiones

Los resultados de simulación presentados en este trabajo han incluido diversos efectos como: error en la medición de posición y corriente, chattering. Estos efectos indeseables en todo sistema se control, fueron reducidos al máximo de manera que obtener en la variable de control un comportamiento suave.

El uso del estimador de estados de orden reducido para la velocidad de la esfera ha cumplido con su cometido, dado que solo al inicio es donde el error de estimación es no nulo, después de este, el sistema permanece estable hacia las posiciones deseadas.

Finalmente, utilizando los parámetros definidos para cada caso, la implementación de esta ley de control se hace posible, ya que no requiere elementos de alta velocidad de conmutación. Nuevamente se ha probado las excelentes cualidades que presenta la técnica de control por modos deslizantes, su robustez ante perturbaciones externas a las que está expuesto el sistema, además del uso de una delgada capa límite para suavizar la señal de control.

Un siguiente estudio abarcaría abordar el tema de seguimiento de trayectoria y los efectos de su implementación digital.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barie, W., Chiasson, J. (1996). Linear and Nonlinear state-space controller of Magnetic Levitation. *International Journal of Systems Science*, 7(11), 1153-1163. <https://doi.org/10.1080/00207729608929322>

Cirera, E. A. (2000). Control de Estructura Variable: Eliminación de Chattering. *Arandú Revista Virtual* 2000. Recuperado de: <http://arandu.org.ar/pub/cirera3.pdf>

Gentili, L. y Marconi, L. (2000). Robust Nonlinear regulation for Magnetic Levitation Systems. *Dipartimento de Electronica Informatica e Sistemistica, University of Bologna*.

Isidori, A. (1995). *Nonlinear Control Systems*. Tercera edición. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-84628-615-5>

Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*, 3rd edition, Prentice Hall.

Joo, S. y Jin S. (1997). Design and Analysis of the Nonlinear Feedback Linearizing Control for an Electromagnetic Suspension Systems. *IEEE Transaction on control Systems Technology*, 5(1), 135-144. <https://doi.org/10.1109/87.553672>

- Llanes, O. (1994), Control Discontinuo de Sistemas No Lineales. Tesis de Doctorado de presentado, Universidad de Los Andes, Venezuela.
- Muthairi, N., Zribi, M., Sliding Mode Control of a Magnetic Levitation systems. Mathematical Problems in Engineering 2004. February 2004. <https://doi.org/10.1155/S1024123X04310033>
- Sira-Ramirez, H., Marquez, R., Rivas, F. y Llanes, O. (2005). Control de Sistemas no Lineales: Linealización aproximada, extendida, exacta. Serie Automática Robotica, Pearson Prentice Hall.
- Slotine, J. y Li, W. (1991). Applied Nonlinear Control. Prentice Hall.
- Sastry, S. (1999). Nonlinear Systems: Analysis, Stability and Control. Springer-Verlag New York, Inc.
- Utkin, V.I., Guldner, J. y Shi, J. (1999). Sliding mode control in electro-mechanical systems, Taylor&Francis, London.
- Xu, H. y Mirmirani, M. (2001). Robust Adaptive Sliding Control of Linearizable Systems. Proceedings of the American Control Conference, Arlington. <https://doi.org/10.2514/6.2001-4168>
- Yang, Z. y Minashima, M. (2001). Robust Nonlinear Control of a Feedback Linearizable Voltage-Controlled Magnetic Levitation Systems. IEEJ Transactions on Electronics Information and Systems, 121(7), 1203-1211. [https://doi.org/10.1541/ieejieiss1987.121.7\\_1203](https://doi.org/10.1541/ieejieiss1987.121.7_1203)

Derechos de Autor (c) 2020 Raúl Roque Yujra; Francisco J. Triveño Vargas.



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](#).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

**Atribución:** Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resum en de licencia - Texto completo de la licencia](#)